# センター数学ⅠAを受講する皆さんへ

このテキストを手にしている皆さんは，志高くここまで勉強を進めてきたと思います。その努力を，**センター数学ⅠAに通用する力に仕上げるために必要なこと**とは？　それをお話する前に，まず皆さんには**「公式とそれを使う技術」**がきちんと身についていますか？ 特に高2までに数学の各分野のさまざまな問題を通じ，皆さんは着実に技術を磨いてきたはずです。もし不足している部分・分野が自覚された時には，スタディサプリ**「高1・高2 スタンダード数学」「高1･高2 ハイレベル数学」**などを利用して,速やかに技術を再び磨いておいてください。

「プロセス」が重視されるべきである数学では，その本当の力をマーク式で判断することは難しいわけですが，そもそもセンター試験の数学は，マーク式でありながらも，問題を解いている間は**記述式の試験と変わりません**。答えにたどり着くまでに頭を働かせ，手を動かし，そして出した答え「だけ」をマークする。その答えだけで判断される。恐ろしいですね…。さらに，問題の意図を理解し，たとえ別の解き方があろうとも**誘導に沿うよう**に解き，最後まで正確に計算し，それをマークする。それをたった60分ですべて行うために，**思考・計算両方のスピードと正確性**が必要です。

また，誘導といっても，親切なものばかりではなく，かなり強引な，一般的ではない，問題を成立させるためだけの誘導も存在します。ですから，うまく誘導に乗りながらも，どこかちょっと離れたところから問題を眺める視点や余裕をもっていなければいけないのです。つまりこの誘導によって自分が今「やらされている・やらされようとしている」ことの「意味」いわば「真意」をつかむためには，**国公立２次試験に匹敵するような数学の力や，時にはそれ以上の力が必要**であることはいうまでもありません。

このテキストは，まずはそのために必要な**基礎力を自分で確認**し，さらになかなか自然に養われることのない**「問題のとらえ方」を養成**するための問題が厳選されています。過去問題を中心に作成されていますが，過去問を自分で闇雲にやっても決して得られることのない**「充実感」**と真の実力を自分でつけていくために必要な**「問題に対する考え方」**が満載です。

そして率直に言います。**「この講座だけをやればいい」のではありません**。この講座で身につけたスキルを使って，**真の実力を身につけるための演習を積む**必要があります。そのために**必要な問題集もご紹介**いたします。何も知らない状態で問題集をやるのは，何の準備もしないで闘いに出るようなもの。しかし，この講座を受けた後は，自信を持って進むことができるでしょう。

講が進むたびに，さまざまな「開かずの扉」が音を立てて開くでしょう。必要なのは，磨いてきたはずの**技術**，そしてその技術を活かすべくこの講座をとらえる**謙虚な姿勢**，そして受かりたいという**気持ち**です。もし感動することがあっても，感動したという事実だけでその日を終わらないでください。せっかく開きかけた扉も，時間をたてば自動的に閉まりますよ。**真に感動すべきは，自分で「未知なる道」を切り拓いた時**です。一歩一歩，自分の目指すべき大学を目指して前進しましょう。何かを見失ったとき，忘れた時，私は，指南役としていつもあなたのそばに現れます。

**山内　恵介**

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

# ＜センター数学ⅠA　目次＞

第１講　２次関数
第２講　三角比
第３講　数と式，データの分析，論理と集合
第４講　場合の数・確率
第５講　整数の性質
第６講　平面図形

# ＜講座の受講の仕方＞

## ①　予習について

まずは「CHECK&UP」の問題をノート等に解きましょう。センター試験とはいえ，数学はすべて実際に手を動かして計算しなければいけません。マーク式の答えの形や誘導に頼らずに自力で解けてほしい問題を厳選してあります。解き終えたら「解答」を見て，答えのみならず「解き方」について確認をしておきましょう。

つぎに「講義問題」です。1～3の３問構成です。「CHECK&UP」で確認した知識を元に，まずは何も見ないで問題をノート等に解いてみましょう。特に時間を計る必要はありません。センター試験は時間との戦いですが，その短縮のためには「まずは解けること」が最低条件です。

## ②　講義について

予習をすることで自分の見るべきポイントが押さえられた状態，これが講義を受ける前に必要な準備です。それができている状態で授業を見て，先生がこの問題を通じて何を伝えたいのかを感じ取ってください。問題が掲載されているページは全て見開きの構成となっており，余白（「Note」欄）がふんだんに用意されています。ここには何でも「自由」に書いて残すことができます。「自由」とはどういうことか。 それは，このスペースに画面上の黒板に書かれたことを「書き写すのみ」に留まることは厳禁，ということです。授業時間は限られていますから，先生は全てを黒板に書くことはしていません。よって，授業を聞き，先生が話したことや自分なりに感じ取ったことを記しておくべきなのです。きれいにまとめても誰も見てくれません。あくまで「Note」＝「記録」です。後から見て自分だけがわかる程度でいいのです。

ちなみにここまでの人生で書く速度を速くする努力をしてこなかった人へ。この講座はいつでも止めたり戻ったりできます。もちろん，聞きながら書くという訓練はこれからでも遅くありません。ちなみに止められるからといって「考えすぎ」は逆に厳禁です。あなた方に残され

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

た時間は限られています。勉強は数学だけじゃないでしょう？ 大枠をとらえた上で，細かいところに後からこだわる姿勢も大事です。もちろんそれでも「今日はこれを解決しないと眠れない！」という人…。明日は寝不足で学校に行くことになるかもしれませんが，先生がとことんお付き合いしますよ。そんな日も時にはあっていいのかもしれませんね。

## ③　復習について　その1

授業で扱ったポイントを頭に描きながら，まずは問題をもう一度解いてみましょう。予習でできた部分はスピードアップを，できなかったところは確かめるようにゆっくりと。一回目の復習は緩急をつけることが大切です．止まってしまった場合は Note 欄を参照してください。それでも忘れてしまった場合はもう一度講義を見直しましょう．そのようにして最後まで解ききったとき，その問題があなたにどんなスキルや考え方を要求したのかを，全体を見回して確認しておきましょう。

そして二回目以降は自分でできる「最高速」で問題を解いてみましょう。必ず一通り通すこと。チャンスは「空き時間」「隙間時間」です。センター数学は 1 問にかかる時間は多くて 20 分前後です。一度自分で取り組んだことは，次は確実に速度と正確性が上がります。それを実感することも成長の糧となるでしょう。

## ④　復習について その2

③が終わったら，新たな問題にチャレンジしたくなるでしょう。「練習問題」が各講 3 題ずつ用意してあります。講義の問題に関連する問題もあれば，発展的な内容もあります。また問題によって難易度も様々です。解き終えたら，「解答」を見て自分の到達具合をチェックしてみましょう。

以上を確実に繰り返すことにより，必ずやセンター試験の数学 IA を攻略するための「確固たる土台」ができあがります。そこからは過去問や後述する問題集で経験を積んでいくだけです。みなさんの日々の努力，期待しています。

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

# ☆センター数学ＩＡ 「おすすめの問題集」☆

この講義が終了したら，または同時並行で進めると効果的な書籍を以下に挙げておきます。学校の授業で課せられた課題等とのバランスを見ながら，着々と進めて行きましょう。

ちなみに数学の日々の自主学習において，詳細な解答がないものは全くお勧めできません。答えに行き着く「プロセス」が数学であることは前述した通りです。最後の「答」しかない問題集やプリントではお話になりません。自分で考えれば必ず答えにたどり着く！とおっしゃられる方もおりますが，「各知識の欠如」「時間の制約」「経験不足」「他教科とのバランス」が全く考慮されておらず，「自分ができる（できてきた）ことは他人もできるはず」という無責任な発言とも言えましょう。受験勉強，特に受験が近づいてきている時期に求められるのは，「時間対効果」です。センター対策にはならない場合もありますので注意してください。

さて，そもそも選択式ではないセンター数学においては，まずは記述ができる，すなわち典型的な「解法の流れ」がわかっている状態が望ましいのです。よい道筋を参考に，自分で切り開く時の「道標」とすべく。

そして，いざ練習段階となればより良問が厳選されているセンター試験向けの問題集が望ましいことは言うまでもありません。学校で購入したものや配布されたものに加え，さらなる訓練を積むための良本が存在します。上記したように「流れ」が大切なセンター試験ですから，単問が並ぶだけの「マーク式問題集」は必ずしもセンター試験対策とはなりません。注意してください。

以下に挙げるのは上記の考えに基づいた本です。良問を通じた日々のたゆまぬ訓練，それはセンター試験のみならず私大・２次試験の記述にもつながっていくのです．

## 【センター試験のための基礎固め】

**・「大学入試 短期集中ゼミ センター編 センター数学ＩA」（実教出版）**

定評のある「10 日あればいい」シリーズのセンター編。基礎力定着のための本。
教科書にかかれていない解法のテクニックをうたっていますが，突飛なものではなく
数学の本質に基づく堅実な基礎力がつくでしょう。

## 【実戦問題集】

**・マーク式総合問題集 数学Ｉ・A　（河合塾シリーズ）**

通称「黒本」。過年度の「全統マーク模試（河合塾主催）」の問題を厳選収録。

**・大学入試センター試験実戦問題集 数学Ｉ・A （代々木ライブラリー）**

通称「白本」。過年度の「全国センター模試（代ゼミ主催）」の問題を厳選収録。

**・大学入試センター試験実戦問題集数学Ｉ・A （駿台文庫）**

通称「青本」。過年度の「駿台全国，駿台・ベネッセマーク模試」の問題を厳選収録。

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

・**センター試験実戦模試 Ⅰ・A（Z会出版編集部）**
通称「緑本」。Z会オリジナル模試＋予想模試を掲載。

・**センター試験過去問研究 数学ⅠA　（教学社）**
通称「赤本」。有名な過去問題集のセンター試験版。
センター試験 本試を収録（直近の年度については追試も収録）。

まずはセンターに向けた標準的な力がついているか試したい時は「白本」，センターレベル前後の力を養成したいのであれば「黒本」，センターを（遙かに）越えたレベルの問題で実力をつけたいのであれば「青本」「緑本」がお勧めです。

ちなみにこの色本ですが，大問1～4をすべて通して解く必要はありません。他の科目の勉強と同じように，強化したい「同じ分野の問題」を立て続けにやると必要な知識がどんどん積み重なって効果的でしょう（例えば「2次関数」の問題ばかりを7回分やる，など）。

# ☆センターの過去問を使った対策について☆

「赤本」などの「センターの過去問」には，講座の復習や色本による十分な練習が終了した後に手をつけることとなるでしょう。さて，2015年からの課程（現行課程）の出題範囲は，それまでのものと大きく変化しています。

**【現行課程　(2015年～)】**

| 1 2 3：数学Ⅰ　3問とも必答 | 4～6：数学A　3問中2問選択 |
|---|---|
| （出題例） | （出題例） |
| 1　2次関数 (20点) | 4 場合の数と確率　(20点) |
| 2 ［1］数と式（10点） | 5 整数の性質（20点） |
| ［2］図形と計量（15点） | 6 図形の性質（20点） |
| 3 データの分析（15点） | |

以下は，旧課程（前課程および前々課程）の出題例および配点です。

**【前課程（2006年～2014年)】**
1 ［1］数と式・方程式・不等式（10点）
［2］論理と集合（10点）
2　2次関数（25点）
3 三角比・平面図形（30点）
4 場合の数・確率（25点）

**【前々課程（1997年～2005年)】**
1 ［1］ 2次関数（20点）
［2］場合の数・確率（20点）
2 ［1］整式の除法・論理（20点）
［2］三角比（20点）
3 数列（20点）

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

旧課程の過去問を解く際のポイントとして，以下を考慮した上で問題を解いてください。

・数と式

（前課程）　数と式・方程式・不等式の計算力をベースに，論理と集合の問題をじっくり取り組んでおくとよい。

（前々課程）　論理の一部に数学Ⅱの知識が必要となる。

・２次関数

（前課程）　配点が 25 点であるため，現行課程と比べ若干「重い」と感じる問題がある。

（前々課程）　斜めの直線との交点（数学Ⅱ）が出題範囲に含まれている。

・図形と計量（三角比）

（前課程）　三角比と平面図形の「融合問題」で配点も高く（30 点），大問全体を通しての練習には向かない。時間を気にせずじっくり取り組み，流れをつかむために利用するとよい。また，「数学ⅠA」ではなく，「数学Ⅰ」の三角比を対策に使うこともできる。

（前々課程）　現行課程に近いが，公式の利用だけで解ける問題が見られ，若干「軽い」という印象を受ける。

・場合の数・確率

（前課程）　「期待値」（数学Ⅱ）が問われる年が多い。起こりうる全ての事象の確率を求める練習としてとらえるとよい。その代わりに現行課程では「条件つき確率」が出題される可能性があるので，問題集などで対策をしておくとよい。

（前々課程）　小問ごとの「流れ」が薄く，単発の問題が多い。また，誘導が少ない。

現行課程から新たに出題範囲となった「データの分析」については，前課程の「数学Ⅱ・数学B」の選択問題に「統計」として出題されています。しかし，計算量が多めの問題もあるため，これを利用する場合は時間を気にせずまずはじっくり取り組むことで，問題の流れを把握するとよいでしょう。

また，「整数問題」については，過去問を使った対策が難しいため，教科書傍用問題集などを使い，代表的な問題を解く流れを身につけておきましょう。

旧課程の数学の過去問は，現行課程とは似て非なる問題です。旧課程の問題１問１問を，新課程のそれぞれの分野の下地作りとして使うことはできますが，全体を通して 60 分で解いてみる，という使い方はできません。

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

最後に，60 分の「時間配分」は，各分野の問題を「解ききる力」がある程度以上ついた人が考えることです。同じ問題を繰り返し解くことで速度が上がり，また「流れ」が身につきます。逆に，一度しか解かなくてよい問題があるとすれば，それは「全く意義が感じられない」かつ「スピードアップが限界を迎えた」「流れが完全に把握できている」問題に限るといってもよいでしょう。そう感じることができる日まで，特に時間的に厳しいと感じる問題を中心に何度も色本や過去問，模試を解き直し，センターの問題の「流れ」を体に覚え込ませましょう。

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

# 第１講　２次関数

【CHECK & UP】

**1** ［1］ (1) 放物線 $y=-x^2+ax+a^2$ の頂点の座標を求めよ．

(2) 放物線 $y=x^2+(6a+2)x+3a+4$ の頂点の座標を求めよ．

(3) 放物線 $y=f(x)=x^2-(4a+2)x+5a^2+7a-2$ の頂点の座標を求めよ．さらに $y=f(x)$ のグラフが $x$ 軸と２点で交わるような定数 $a$ の値の範囲を求めよ．

［2］ (1) 放物線 $y=2x^2-3x+2$ のグラフを $x$ 軸方向に１，$y$ 軸方向に $-4$ だけ平行移動した放物線の式を求めよ．

(2) 次の二つの２次関数について考える．

$y=ax^2+2ax+a+6 \quad (a\neq 0)$ ……(A)

$y=x^2+bx+2b-6$ ……(B)

(B)のグラフを $x$ 軸方向へ１，$y$ 軸方向へ $p$ 平行移動したところ(A)のグラフに重なった．このとき，定数 $a$，$b$，$p$ の値を求めよ．

**2** ２次関数 $y=ax^2-(5a+2)x+b$ のグラフを $C$ とする．$C$ が点 $(2,\ 1)$ を通るとき，次の問いに答えよ．

(1) $b$ を $a$ で表せ．

(2) $C$ の頂点が直線 $y=-x+2$ 上にあるとき，$a$，$b$ の値を求めよ．

**3** $a$ を定数とし，２次関数 $y=2x^2-ax+a-1$ のグラフを $C$ とする．

(1) $C$ の頂点の座標を求めよ．

(2) $C$ が $x$ 軸の $-1<x<1$ の部分で異なる２点で交わるための $a$ の値の範囲を求めよ．

**4** ［1］ ２次関数 $y=-x^2+2x+a \quad (0\leqq x\leqq 3)$ の最大値が４であるとき，定数 $a$ の値と，この２次関数の最小値を求めよ．

［2］ ２次関数 $y=x^2-ax+1$ の $0\leqq x\leqq 1$ における最大値を $M$，最小値を $m$ とする．

(1) $M$ を $a$ で表せ．

(2) $m$ を $a$ で表せ．

(3) $0\leqq a\leqq 1$ のとき，$M-m=\dfrac{1}{2}$ となる $a$ の値を求めよ．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

**1**　[1]　(1)　2 次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフを $x$ 軸に関して対称移動し，さらにそれを $x$ 軸方向に $-1$，$y$ 軸方向に 3 だけ平行移動したところ

$y=2x^2$

のグラフが得られた．このとき

$a=$ **アイ**，$b=$ **ウ**，$c=$ **エ**

である．

(2)　2 次関数 $y=px^2+qx+r$ のグラフの頂点は $(3,\ -8)$ であるとする．このとき

$q=$ **オカ** $p$，$r=$ **キ** $p-$ **ク**

である．

さらに，$y<0$ となる $x$ の範囲が

$k<x<k+4$

であるとすれば

$k=$ **ケ**，$p=$ **コ**

である．

[2]　$a$ を実数，$b$ を $3b^2-8b-3\neq0$ となる実数とする．また，2 次関数

$y=-2x^2-4x+a$

$y=(3b^2-8b-3)x^2+5$

の表す放物線をそれぞれ $C_1$，$C_2$ とする．

(1)　$C_1$ の頂点の座標は（ **アイ** ，$a+$ **ウ** ）である．

(2)　$C_1$ の頂点が $C_2$ 上にあるとする．このとき，

$a=$ **エ** $b^2-$ **オ** $b$

が成り立つ．

さらに，$C_1$ を $x$ 軸方向に **カ** だけ平行移動すると，再び頂点は $C_2$ 上にある．

ただし， **カ** には 0 でない数を入れよ．



ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

**2**　[1]　$a$，$b$ を定数とし，2次関数

$$y=3x^2-ax-a-b$$

のグラフを $C$ とする．グラフ $C$ は直線 $x=\dfrac{a}{\boxed{ア}}$ を軸とする放物線であり，

グラフ $C$ と $x$ 軸とが異なる二つの共有点をもつのは，

$$b>-\dfrac{a^2+\boxed{イウ}a}{\boxed{エオ}}$$

のときである．

以下，グラフ $C$ と $x$ 軸とが異なる二つの共有点をもち，その一つの $x$ 座標が1であるとする．このとき，$a$ を用いて $b$ を表すと

$$b=\boxed{カキ}a+\boxed{ク}$$

である．また，もう一方の共有点の $x$ 座標は $\dfrac{a-\boxed{ケ}}{\boxed{コ}}$ であり，これが区間 $-1\leqq x\leqq 0$ に含まれる $a$ の値の範囲は，

$$\boxed{サ}\leqq a\leqq\boxed{シ}$$

である．$a$ がこの範囲にあるとき，グラフ $C$ の頂点の $y$ 座標の最大値は $\dfrac{\boxed{スセ}}{\boxed{ソ}}$

である．

[2]　2次関数

$$y=x^2+2(a-1)x \quad \cdots\cdots①$$

のグラフを $C$ とする．$C$ は頂点の座標が

$$(\boxed{ア}a+\boxed{イ},\ \boxed{ウ}(a-\boxed{エ})^2)$$

の放物線である．

2次関数①の $-1\leqq x\leqq 1$ における最小値について考える．最小値が $\boxed{ウ}(a-\boxed{エ})^2$ となる $a$ の範囲は $\boxed{オ}\leqq a\leqq\boxed{カ}$ である．また，

$a>\boxed{カ}$ ならば，最小値は $\boxed{キク}a+\boxed{ケ}$

$a<\boxed{オ}$ ならば，最小値は $\boxed{コ}a-\boxed{サ}$

である．この最小値を $a$ の関数と考えたとき，それが最大となるのは $a=\boxed{シ}$ のときである．



ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

**3** $a$，$b$ を実数とし，$x$ の二つの2次関数

$y=3x^2-2x-1$ ……………………①

$y=x^2+2ax+b$ ……………………②

のグラフをそれぞれ $G_1$，$G_2$ とする．

以下では，$G_2$ の頂点は $G_1$ 上にあるとする．

このとき

$b=$ ［ア］$a^2+$［イ］$a-$［ウ］

であり，$G_2$ の頂点の座標を $a$ を用いて表すと

$(-a,$ ［エ］$a^2+2a-$［オ］$)$

となる．

(1)　$G_2$ の頂点の $y$ 座標は，$a=\dfrac{\text{カキ}}{\text{ク}}$ のとき，最小値 $\dfrac{\text{ケコ}}{\text{サ}}$ をとる．

$a=\dfrac{\text{カキ}}{\text{ク}}$ のとき，$G_2$ の軸は直線 $x=\dfrac{\text{シ}}{\text{ス}}$ であり，$G_2$ と $x$ 軸との交点の $x$ 座標は $\dfrac{\text{セ}\pm\text{ソ}\sqrt{\text{タ}}}{\text{チ}}$ である．

(2)　$G_2$ が点 $(0,\ 5)$ を通るとき，$a=$［ツ］，$\dfrac{\text{テト}}{\text{ナ}}$ である．

$a=$［ツ］のとき，$G_2$ を $x$ 軸方向に［ニ］，$y$ 軸方向にも同じく［ニ］だけ平行移動しても頂点は $G_1$ 上にある．ただし，［ニ］は0でない数とする．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

# 第1講　2次関数

**1**　$a$，$b$ を定数とする．$x$ の2次関数

$$y=2x^2+ax+b$$

のグラフを $G$ とし，グラフ $G$ は $x$ 軸より上側にあるものとする．

グラフ $G$ が点 $(-2,\ 2)$ を通るとする．グラフ $G$ が表す放物線の頂点の座標を $a$ を用いて表すと

$$\left(\frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}}a,\ \frac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}a^2+\boxed{\text{キ}}a-\boxed{\text{ク}}\right)$$

となる．グラフ $G$ が $x$ 軸より上側にあるので，$a$ の値の範囲は

$$\boxed{\text{ケ}}<a<\boxed{\text{コサ}}$$

である．

さらに，関数 $y=2x^2$ のグラフを $x$ 軸方向に $-2$，$y$ 軸方向に $k$ だけ平行移動したグラフを $H$ とする．グラフ $H$ がグラフ $G$ に重なるのは

$$a=\boxed{\text{シ}},\ b=\boxed{\text{スセ}},\ k=\boxed{\text{ソ}}$$

のときである．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

**2**　2次関数

$$y = ax^2 + bx - a^2 + 12a + 12$$

は $x=4$ で最大値をとるものとし，そのグラフを $C$ とする．このとき

$$b = -\boxed{\text{ア}}\,a$$

が成り立つ．

(1)　この2次関数の最大値が7となるとき

$$a = \boxed{\text{イウ}}$$

である．このとき，グラフ $C$ が $x$ 軸と交わる2点と，$C$ が表す放物線の頂点で作られる三角形の面積は

$$\frac{\boxed{\text{エ}}\sqrt{\boxed{\text{オカ}}}}{\boxed{\text{キ}}}$$

である．

(2)　グラフ $C$ が点 $(3,\ 8)$ を通るとき

$$a = -\boxed{\text{ク}}$$

である．このとき，$C$ を $y$ 軸に関して対称移動したグラフは，頂点の座標が（$\boxed{\text{ケコ}}$，$\boxed{\text{サシ}}$）の放物線である．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

**3** $a$ を $0<a<4$ を満たす定数とする．$0<t\leqq a$ のとき，O を原点とする座標平面上に2点 $\mathrm{P}(t,\ 0)$，$\mathrm{Q}(0,\ 4-t)$ をとる．

次に，点 P を通る傾き1の直線上の点で，その $x$ 座標が $a$ であるような点 R をとる．点 Q，R を通る直線の傾きは

$$\frac{a-\boxed{\text{ア}}}{a}$$

である．

線分 QR 上の点でその $x$ 座標が $\dfrac{t}{4}$ であるものを T とすれば，T の $y$ 座標は

$$\boxed{\text{イ}}-\frac{\boxed{\text{ウ}}a+4}{\boxed{\text{エ}}a}t$$

である．

$y$ 軸上に点 $\mathrm{H}\left(0,\ \boxed{\text{イ}}-\dfrac{\boxed{\text{ウ}}a+4}{\boxed{\text{エ}}a}t\right)$ をとる．台形 OPTH の面積を $S$ とすれば

$$S=\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}t\left(\boxed{\text{イ}}-\frac{\boxed{\text{ウ}}a+4}{\boxed{\text{エ}}a}t\right)$$

であり，$t$ の2次関数となる．

(1) $a=1$ とする．$0<t\leqq 1$ における $S$ の最大値は $\dfrac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケコ}}}$ である．

(2) $a=2$ とする．

$0<t\leqq 2$ において，$S$ は $t=\dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ で最大値 $\boxed{\text{ス}}$ をとり，また $S\geqq\dfrac{15}{8}$ を満たす $t$ の値の範囲は $\dfrac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}\leqq t\leqq\boxed{\text{タ}}$ である．



ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

# 第２講　三角比

**【CHECK & UP】**

1　△ABC について，次の問いに答えよ．

(1)　$\sin A = \dfrac{5\sqrt{7}}{16}$ のとき，$\cos A$ の値を求めよ．ただし，∠A は鈍角である．

(2)　$\tan A = \sqrt{2}$ のとき，$\cos A$ の値を求めよ．

(3)　$\angle B = 90^\circ$，$AB = 3\sqrt{2}$，$\cos A = \dfrac{2\sqrt{2}}{3}$ のとき，BC，CA の長さをそれぞれ求めよ．

2　△ABC について，次の問いに答えよ．

(1)　$AB = 1+\sqrt{3}$，$BC = \sqrt{2}$，$CA = 2$ のとき，∠A の大きさを求めよ．

(2)　$3AC = 2AB$，$BC = 2\sqrt{7}$，$\angle A = 60^\circ$ のとき，AB，AC の長さをそれぞれ求めよ．

(3)　$AB = 5$，$AC = 7$，$\angle B = 60^\circ$ のとき，BC の長さと △ABC の面積を求めよ．

(4)　$\cos B = \dfrac{\sqrt{3}}{6}$，$AB = 3$，$BC = \sqrt{3}$ のとき，AC の長さと △ABC の面積，および △ABC の外接円の半径を求めよ．

(5)　$AB = 3\sqrt{2}$，$AC = 2\sqrt{6}$，$\cos B = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$ のとき，$\sin C$ の値および △ABC の外接円の半径を求めよ．

3　[1]　四角形 ABDC は円に内接しており，$AB = 4$，$BC = 9$，$CA = 7$ である．$BD = CD$ であるとき，$\cos A$ の値と BD の長さを求めよ．

[2]　四角形 ABCD は円に内接しており，$AB = 3$，$BC = CD = 7$，$DA = 5$ である．このとき，$\cos A$ の値と BD の長さおよび四角形 ABCD の面積を求めよ．また，△ABD の外接円の半径を求めよ．

4　[1]　台形 ABCD において，AB と DC が平行であり，二つの対角線 AC，BD の交点を E とする．$AB = 5$，$DC = 3$，$AE = 2$，$\sin \angle BAE = \dfrac{5}{13}$ であるとき，△ABE および台形 ABCD の面積を求めよ．

[2]　△ABC において，$AB = 5$，$BC = 2\sqrt{3}$，$CA = 4+\sqrt{3}$ とする．B を通り CA に平行な直線と △ABC の外接円 O との交点のうち，B と異なる方を D とする．このとき，$\cos \angle BAC$ の値および CD，BD の長さを求めよ．また，台形 ADBC の面積を求めよ．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

5 ［1］　$\angle B = 90^\circ$，$BC = 4$，$CA = 5$ の直角三角形 ABC の内接円の半径 $r$ を求めよ．

［2］　$AB = AC = 3$，$BC = 2$ の $\triangle ABC$ の内接円 I の半径 $r$ を求めよ．また，円 I の中心から点 C までの距離を求めよ．

［3］　$\triangle ABC$ において，$AB = BC$，$CA = \dfrac{1}{3}$，$\cos\angle ABC = \dfrac{1}{3}$ である．このとき，$\triangle ABC$ の外接円 O の半径 $R$ を求めよ．また，直線 BO が辺 AC と交わる点を M とするとき，円 O の中心から点 M までの距離を求めよ．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

1 ［1］ 四角形 ABCD は円に内接し，∠ABC は鈍角で

$AB = 2$，$BC = \sqrt{6}$，$\sin\angle ABC = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

とする．また，線分 AC と BD は直角に交わるとする．

このとき

$\cos\angle ABC = \dfrac{\boxed{ア}\sqrt{\boxed{イ}}}{\boxed{ウ}}$，$AC = \boxed{エ}\sqrt{\boxed{オ}}$

となる．円の半径は $\dfrac{\boxed{カ}\sqrt{\boxed{キ}}}{\boxed{ク}}$ であり

$\sin\angle CAB = \dfrac{\boxed{ケ}}{\boxed{コ}}$，$\sin\angle ACB = \dfrac{\sqrt{\boxed{サ}}}{\boxed{シ}}$

となる．また，三角形 ABC の面積は $\sqrt{\boxed{ス}}$ である．

さらに，AC と BD の交点を H とおくと

$CH = \dfrac{\boxed{セ}\sqrt{\boxed{ソ}}}{\boxed{タ}}$，$BD = \dfrac{\boxed{チツ}}{\boxed{テ}}$

であり，四角形 ABCD の面積は $\boxed{トナ}\sqrt{\boxed{ニ}}$ である．

［2］ 線分 AB を直径とする半円周上に 2 点 C，D があり

$AC = 2\sqrt{5}$，$AD = 8$，$\tan\angle CAD = \dfrac{1}{2}$

であるとする．さらに，線分 AD と線分 BC の交点を E とする．

このとき

$\cos\angle CAD = \dfrac{\boxed{ア}\sqrt{\boxed{イ}}}{\boxed{ウ}}$．$CD = \boxed{エ}\sqrt{\boxed{オ}}$

である．

また

△ADC の面積は $\boxed{カ}$

であり，

$AB = \boxed{キク}$，$BD = \boxed{ケ}$，$DE = \boxed{コ}$

である．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

**2** ［1］　△ABC において，$AB=3$，$BC=\sqrt{7}$，$CA=2$ とし，辺 CA の A の側の延長上に点 D を DB＝DC となるようにとる．

このとき，$\angle BAC=$ アイ °であるから，$\cos\angle BAD=\dfrac{\text{ウエ}}{\text{オ}}$ である．このことより，AD＝ カ である．

よって，△ADB の面積は $\dfrac{\text{キク}}{\text{ケ}}\sqrt{\text{コ}}$ である．

さらに，C から辺 AB に下ろした垂線を CH とすると，

AH＝ サ ，$CH=\sqrt{\text{シ}}$ である．点 A を通り辺 BC に平行な直線と CH の延長との交点を E とすると

$$EH=\frac{\sqrt{\text{ス}}}{\text{セ}}$$

である．

［2］　半径 $4\sqrt{7}$ の円 O に内接する三角形 ABC が

$$AB=14,\ \cos\angle ABC=\frac{3}{4}$$

を満たしている．このとき

$$\sin\angle ABC=\frac{\sqrt{\text{ア}}}{\text{イ}},\quad AC=\text{ウエ},\quad BC=\text{オカ}$$

である．

$\angle ABC$ の２等分線と円 O との交点のうち B と異なる方を D とする．
$\angle ABC=\angle AOD$ であるから

$$AD=\text{キ}\sqrt{\text{クケ}}$$

である．さらに

$$\sin\angle ADC=\frac{\sqrt{\text{コ}}}{\text{サ}}$$

であるから，三角形 ACD の面積は

$$\text{シ}\sqrt{\text{ス}}$$

である．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

**3**　△ABC において，AB = AC = 10，$\cos\angle BAC = \frac{4}{5}$ とする．辺 AB の中点を D とする．

(1)　C から AB に垂線をひき，垂線と AB との交点を H とする．

このとき，AH= **ア**，CH= **イ** であり

BC= **ウ** $\sqrt{\text{エオ}}$，CD= **カ** $\sqrt{\text{キ}}$

である．また

∠BCD = **クケ** °

である．

(2)　△ABC の外接円を O とする．CD の延長と円 O との交点のうち C と異なる方を E とする．△ADE と相似な三角形は，次の⓪～③のうち **コ** である．

⓪　△ABC　　①　△CDB　　②　△CAE　　③　△ACH

したがって

$$AE = \frac{\text{サシ}\sqrt{\text{ス}}}{\text{セ}}$$

である．また，△ADE の面積は

$$\frac{\text{ソタ}}{\text{チ}}$$

である．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

# 第２講　三角比

1 [1]　三角形 ABC において，$AC=7$，$BC=9$，$AB<AC$，$\cos B=\dfrac{2}{3}$ とする．

このとき

$$\sin B=\frac{\sqrt{\boxed{ア}}}{\boxed{イ}},\quad AB=\boxed{ウ}$$

となる．三角形 ABC の外接円の半径は

$$\frac{\boxed{エオ}\sqrt{\boxed{カ}}}{\boxed{キク}}$$

であり

$$\sin A=\frac{\boxed{ケ}\sqrt{\boxed{コ}}}{\boxed{サ}},\quad \cos A=\frac{\boxed{シス}}{\boxed{セ}}$$

である．また，三角形 ABC の面積は $\boxed{ソ}\sqrt{\boxed{タ}}$ である．

次に，外接円の周上に点 D を弦 BC に関して点 A の反対側にとる．

$BD=CD$ であるとき

$$BD=\frac{\boxed{チ}\sqrt{\boxed{ツテ}}}{\boxed{トナ}}$$

である．

[2]　円 O に内接する四角形 ABCD は $AB=BC=2\sqrt{2}$，$BD=2\sqrt{3}$，$\angle ABC=120^\circ$ を満たすとする．ただし，$AD>CD$ とする．このとき

$$AC=\boxed{ア}\sqrt{\boxed{イ}},\quad \angle BDC=\boxed{ウエ}^\circ$$

であり，円 O の半径は $\boxed{オ}\sqrt{\boxed{カ}}$ となる．また $\sin\angle BAD=\dfrac{\sqrt{\boxed{キ}}}{\boxed{ク}}$

である．さらに

$$AD=\boxed{ケ}+\sqrt{\boxed{コ}},\quad CD=\boxed{ケ}-\sqrt{\boxed{コ}}$$

であり，四角形 ABCD の面積は $\boxed{サ}\sqrt{\boxed{シ}}$ である．



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

**2**　△ABCにおいて，AB＝7，BC＝$4\sqrt{2}$，∠ABC＝45°とする．また，△ABCの外接円の中心をOとする．

このとき，CA＝［ア］であり，外接円Oの半径は $\dfrac{\boxed{イ}}{\boxed{ウ}}\sqrt{\boxed{エ}}$ である．

以下の［オ］には，次の⓪～③のうちから当てはまるものを一つ選べ．

⓪　AC　　①　AD　　②　BC　　③　BD

外接円Oの点Aを含まない弧BC上に点Dを△ABDと△CBDの面積比が7：2であるようにとる．このとき，∠BAD＝∠BCDであるから，△ABDと△CBDの面積比は

AB・ADと［オ］・CD

の比に等しい．

このことより

$$AD=\boxed{カ}\sqrt{\boxed{キ}}CD$$

である．また，△ADCにおいて∠ADC＝［クケ］°であるから

$$CD=\sqrt{\boxed{コ}},\quad AD=\boxed{サ}\sqrt{\boxed{シス}}$$

である．

点Cから辺ADに下ろした垂線をCHとすると

$$CH=\frac{\sqrt{\boxed{セソ}}}{\boxed{タ}}$$

であり，△ADCを直線ADを軸として1回転してできる立体の体積は

$$\frac{\boxed{チ}}{\boxed{ツ}}\sqrt{\boxed{テト}}\,\pi$$

である．



ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3 △ABC において，AB＝2，BC＝$2\sqrt{13}$，AC＝6 とする．

このとき，∠CAB＝$\boxed{アイウ}^\circ$ であり，△ABC の面積は $\boxed{エ}\sqrt{\boxed{オ}}$ である．

△ABC の外接円の中心を O とすると

$$OA = OB = \frac{\boxed{カ}\sqrt{\boxed{キク}}}{\boxed{ケ}}$$

であるので，辺 AB の中点を M とすると $OM = \dfrac{\boxed{コ}\sqrt{\boxed{サ}}}{\boxed{シ}}$ である．

次に，辺 AC 上に点 D を AB＝AD となるようにとる．△ABD の外接円の中心を O′ とすると

$$O'A = O'B = \boxed{ス},\quad O'M = \sqrt{\boxed{セ}}$$

である．

したがって

$$OO' = \frac{\boxed{ソ}\sqrt{\boxed{タ}}}{\boxed{チ}}$$

である．また

$$\tan\angle ODO' = \frac{\boxed{ツ}\sqrt{\boxed{テ}}}{\boxed{ト}}$$

である．

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

# 第３講　数と式，データの分析，論理と集合

【CHECK & UP】

**1**　次の不等式を解け．

(1)　$2(x-1)^2<3$　　(2)　$-1<x^2-6x+7\leqq 0$

**2**　次の方程式・不等式を解け．ただし，$a$ は実数とする．

(1)　$|x-a|<3$

(2)　$|3x-4|=-2(x-1)^2+7$

**3**　次の文中の［ア］～［カ］にあてはまるものを，下の①～④のうちから選べ．

(1)　$|x|=2$ であることは，$x^2-4x+4=0$ であるための［ア］．

(2)　$a$，$b$ を実数とする．2 次方程式 $x^2-ax-b=0$ について，$b>0$ であることは，この方程式が正と負の実数解をもつための［イ］．

(3)　$a>2$，$b>2$ であることは，$ab>a+b$ であるための［ウ］．

(4)　実数 $x$，$y$ について，$x^2=y^2$ であることは，$x^3=y^3$ であるための［エ］．

(5)　実数 $x$ について，$2x^2-4x+1<0$ であることは，$(x-3)(x-2)(x+2)>0$ であるための［オ］．

(6)　自然数 $m$，$n$ について，$m$ と $n$ がともに 5 の倍数であることは，$m+n$ と $mn$ がともに 5 の倍数であるための［カ］．

①　必要十分条件である．　②　必要条件であるが，十分条件ではない．
③　十分条件であるが，必要条件ではない．　④　必要条件でも十分条件でもない．

**4**　あるクラスの生徒 9 人に数学の小テストを行ったときの点数は以下であった．

5，9，3，10，6，5，5，4，7

(1)　9 人の点数の中央値，第 1 四分位数，第 3 四分位数，平均値を求めよ．

(2)　別の 1 人の生徒に同じ小テストを行ったところ，平均点は 6.2 点となった．この生徒の点数を求めよ．また，この生徒を含めた 10 人の生徒の中央値，第 1 四分位数，第 3 四分位数を求めよ．

(3)　(2)のとき，10 人の点数の分散を求めよ．

©RECRUIT HOLDINGS

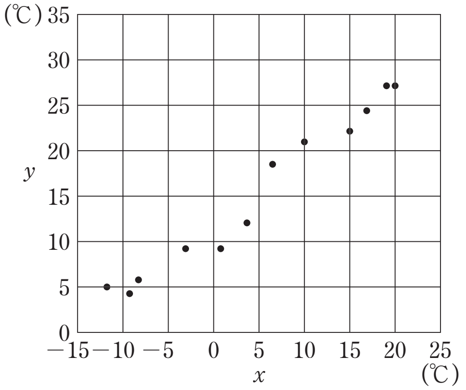
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

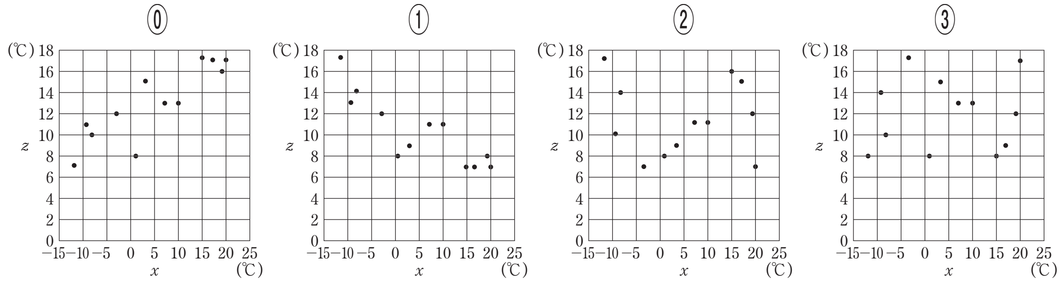
ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

5　下の図は，ある都市におけるある年の月ごとの最低気温を変量 $x$，最高気温を変量 $y$（ともに小数第１位を四捨五入したもの）としたときの，変量 $x$ と変量 $y$ の相関図（散布図）である．また，寒暖の差（最高気温と最低気温の差）を変量 $z(z=y-x)$ とする．




(1)　変量 $x$ と変量 $z$ の相関図として適切なものを下の⓪～③から１つ選べ．




(2)　この都市の１月から 12 月までの最低気温 $x$ と寒暖の差 $z$ についての傾向として適切なものを，下の⓪～④から１つ選べ．

⓪　正の相関があり，最低気温が高い月ほど寒暖の差が大きい．

①　正の相関があり，最低気温が低い月ほど寒暖の差が大きい．

②　負の相関があり，最低気温が高い月ほど寒暖の差が大きい．

③　負の相関があり，最低気温が低い月ほど寒暖の差が大きい．

④　相関関係はほとんどなく，最低気温によって寒暖の差は影響を受けない．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞


ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

1　(1)　不等式 $|2x+1| \leqq 3$ の解は $\boxed{\text{アイ}} \leqq x \leqq \boxed{\text{ウ}}$ である．

以下，$a$ を自然数とする．

(2)　不等式

$$|2x+1| \leqq a \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (\text{I})$$

の解は $\dfrac{-\boxed{\text{エ}}-a}{\boxed{\text{オ}}} \leqq x \leqq \dfrac{-\boxed{\text{エ}}+a}{\boxed{\text{オ}}}$ である．

(3)　不等式(Ⅰ)を満たす整数 $x$ の個数を $N$ とする．$a=3$ のとき，$N=\boxed{\text{カ}}$ である．また，$a$ が 4，5，6，…と増加するとき，$N$ が初めて $\boxed{\text{カ}}$ より大きくなるのは，$a=\boxed{\text{キ}}$ のときである．



ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

**2** 以下，計算結果の小数表示では，指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入し，解答せよ．途中で割り切れた場合は，指定された桁まで0を答えること．

［1］ 右の表は，10名からなるある少人数クラスをⅠ班とⅡ班に分けて，100点満点で実施した数学と英語のテストの得点をまとめたものである．ただし，表中の平均値は数学と英語のクラス全体の平均値を表している．

| 班 | 番号 | 数学 | 英語 |
|---|---|---|---|
| Ⅰ | 1 | 40 | 43 |
| | 2 | 63 | 55 |
| | 3 | 59 | B |
| | 4 | 35 | 64 |
| | 5 | 43 | 36 |
| Ⅱ | 1 | A | 48 |
| | 2 | 51 | 46 |
| | 3 | 57 | 71 |
| | 4 | 32 | 65 |
| | 5 | 34 | 50 |
| 平均値 | | 45.0 | C |

(1) 数学の得点について，Ⅰ班の平均値は［アイ］.［ウ］点である．また，Ⅱ班の1番目の生徒の数学の得点Aは［エオ］点である．

(2) 英語の得点について，Ⅰ班の3番目の生徒の得点Bがわからないとき，クラス全体の得点の中央値を$M$として［カ］通りの値があり得る．

実際は，英語の得点のクラス全体の平均値Cが54.0点であった．したがって，Bは［キク］点と定まり，中央値$M$は［ケコ］.［サ］点である．

［2］ 右の資料は2科目の小テストに関する5人の生徒の得点を記録したものである．2科目の小テストの得点をそれぞれ変量$x$，$y$とする．

| 生徒番号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | 3 | 4 | 5 | 4 | 4 |
| $y$ | 7 | 9 | 10 | 8 | 6 |

(1) 変量$x$の分散を小数で求めると，［ア］.［イ］となる．

(2) 変量$y$を使って新しい変量$t$を$t=y-$［ウ］で定めると，変量$t$の平均は0になる．

(3) 変量$y$を使って新しい変量$u$を$u=\dfrac{\sqrt{\boxed{エ}}}{\boxed{オ}}y$で定めると，変量$u$の分散は$x$の分散と同じになる．

(4) 変量$x$と変量$y$の相関係数を$r$，変量$x$と変量$u$の相関係数を$r'$とすると

$r^2=$［カ］.［キク］，　$(r')^2=$［ケ］.［コサ］

となる．

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

**3** 次の [ア] ～ [ウ] に当てはまるものを，下の⓪～③のうちから一つずつ選べ．ただし，同じものを繰り返し選んでもよい．また， [エ] に当てはまるものを，下の④～⑦のうちから一つ選べ．

自然数 $n$ に関する条件 $p$，$q$，$r$，$s$ を次のように定める．

$p$：$n$ は 5 で割ると 1 余る数である

$q$：$n$ は 10 で割ると 1 余る数である

$r$：$n$ は奇数である

$s$：$n$ は 2 より大きい素数である

また，条件 $r$ の否定を $\overline{r}$，条件 $s$ の否定を $\overline{s}$ で表す．このとき

「$p$ かつ $r$」は $q$ であるための [ア] ．

$\overline{r}$ は $\overline{s}$ であるための [イ] ．

「$p$ かつ $s$」は「$q$ かつ $s$」であるための [ウ] ．

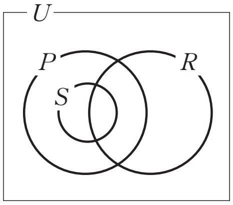
⓪　必要十分条件である

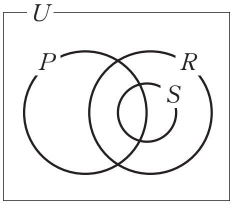
①　必要条件であるが，十分条件でない

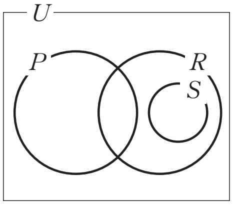
②　十分条件であるが，必要条件でない

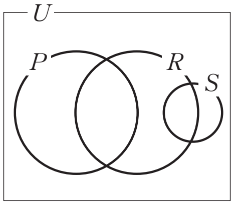
③　必要条件でも十分条件でもない

自然数全体の集合を全体集合 $U$ とし，条件 $p$ を満たす自然数全体の集合を $P$，条件 $r$ を満たす自然数全体の集合を $R$，条件 $s$ を満たす自然数全体の集合を $S$ とすると，$P$，$R$，$S$ の関係を表す図は [エ] である．

④



⑤



⑥



⑦





ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

# 第３講　数と式・方程式・不等式，データの分析，論理と集合

**1**　(1)　等式 $|2x-3|=5$ を満たす $x$ の値は [アイ] と [ウ] である.

(2)　不等式 $\left|x-\dfrac{3}{2}\right|<\sqrt{6}$ を満たす整数 $x$ の個数は [エ] である.

(3)　$n$ が自然数で，不等式 $\left|x-\dfrac{3}{2}\right|<n$ を満たす整数 $x$ の個数が 6 であるとき，$n=$ [オ] である.

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

**2** A組4人の選手とB組3人の選手の100m走のタイムを測定した．A組4人の選手のタイムは，それぞれ12.5，12.0，14.0，13.5（単位は秒）であった．また，B組3人の選手のタイムの平均値はちょうど14.0秒，分散はちょうど1.50であった．

以下，計算結果の小数表示では，指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入し，解答せよ．途中で割り切れた場合は，指定された桁まで0を答えること．

(1) A組とB組を合わせた7人の選手のタイムを変量 $x$ とする．変量 $y$ を $y=x-14.0$ としたとき，変量 $y$ の平均値は［アイ］.［ウエ］秒であり，もとの変量 $x$ の平均値は［オカ］.［キク］秒である．また，変量 $y$ の分散は［ケ］.［コサ］であり，もとの変量 $x$ の分散は［シ］.［スセ］である．

(2) B組3人の選手の中の1人のタイムは，ちょうど14.0秒であることがわかったとする．このとき，他の2人の選手のタイムは，速く走った方から順に，［ソタ］.［チ］秒と［ツテ］.［ト］秒である．

さらにB組3人の選手の体重が，速く走った選手から順に，57.0，54.0，60.0（単位はkg）であるとき，3人の体重の平均が57.0kgであることから，選手の体重と100m走のタイムの相関係数は［ナ］.［ニヌ］となる．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

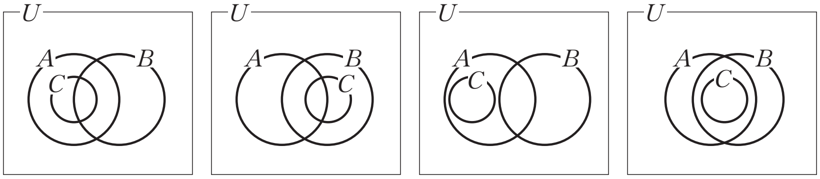
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3　1 から 100 までのすべての自然数の集合を全体集合 $U$ とし，その部分集合 $A$，$B$，$C$ を次のように定義する．

$A=\{x \mid x は偶数\}$　　$B=\{x \mid x は3の倍数\}$　　$C=\{x \mid x は4の倍数\}$

(1)　$A$，$B$，$C$ の関係を表す図は，次の⓪～③のうち **ア** である．

⓪　　①　　②　　④




(2)　$C$ の補集合を $\overline{C}$ で表す．また，$x$ が集合 $S$ の要素であることを $x \in S$ と表す．

$x \in C$ は $x \in A \cap B$ であるための **イ** ．

$x \in A \cap \overline{C}$ は $x \in A$ であるための **ウ** ．

$x \in A \cup B$ は「$x \in A \cap \overline{C}$ または $x \in B$」であるための **エ** ．

$x \in A \cup B$ は「$x \in A$ または $x \in B \cap \overline{C}$」であるための **オ** ．

**イ** ～ **オ** に当てはまるものを，下の⓪～③のうちから一つずつ選べ．ただし，同じものを繰り返し選んでもよい．

⓪　必要十分条件である　　①　必要条件であるが，十分条件でない

②　十分条件であるが，必要条件でない　　③　必要条件でも十分条件でもない

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

# 第4講　場合の数・確率

【CHECK & UP】

**1**　12本のくじがある．そのうち当たりくじは1等が1本，2等が4本であり，残りははずれくじである．このくじから同時に3本を引いたとき，次の確率を求めよ．

(1)　当たりくじを少なくとも1本引く確率を求めよ．

(2)　2等を2本以上引く確率を求めよ．

**2**　[1]　(1)　1枚の硬貨を3回投げたとき，表が1回だけ出る確率を求めよ．また，表が少なくとも1回出る確率を求めよ．

(2)　1枚の硬貨を4回投げたとき，表が続けて2回以上出る確率を求めよ．

[2]　一つのさいころを投げることを繰り返し，同じ目が3回出たら終わりとして，それまでに出た目の和を得点とするゲームがある．次の問いに答えよ．

(1)　このゲームで起こりうる最小の得点と最大の得点を求めよ．

(2)　このゲームが終わるまでにさいころを投げる回数が4である確率を求めよ．

**3**　A，Bの二人がそれぞれ袋をもっている．Aの袋には黒玉が3個と白玉が2個，Bの袋には黒玉が2個と白玉が3個入っている．A，Bがそれぞれ自分の袋から同時に2個ずつ玉を取り出すとき，次の問いに答えよ．

(1)　取り出した4個がすべて黒玉である確率を求めよ．

(2)　二人の取り出した黒玉の個数の合計が，偶数ならばAの勝ち，奇数ならばAの負けとする．ただし，0は偶数に含めるものとする．Aが勝つ確率を求めよ．

**4**　赤，青，黄，緑の4色のカードが5枚ずつ計20枚ある．各色のカードには，それぞれ1から5までの番号が一つずつ書いてある．この20枚の中から3枚を一度に取り出す．このとき次の問いに答えよ．

(1)　3枚がすべて同じ番号となる確率を求めよ．

(2)　3枚が色も番号もすべて異なる確率を求めよ．

(3)　3枚のうちに赤いカードがちょうど1枚含まれる確率を求めよ．

(4)　3枚のうちに赤いカードがちょうど2枚含まれるという条件の下で，カードの番号が2種類である確率を求めよ．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

5　さいころを投げて出た目の数だけ数直線上を動く点Pがある．Pは負の数の点にあるときは右に，正の数の点にあるときは左に動くものとする．また，Pははじめ $-5$ の点にあり，原点または5の点に止まったらそれ以上さいころを投げることができないとする．次の問いに答えよ．

(1)　さいころを2回投げることができて，2回目にPが5の点に止まる確率を求めよ．

(2)　さいころを2回投げることができて，2回目にPが原点に止まる確率を求めよ．

(3)　さいころを3回投げることができて，3回目にPが原点に止まる確率を求めよ．

6　1から6までの番号のつけられている6枚のカードがあり，横一列に配置されている．はじめの配置は1，2，3，4，5，6である．二つのさいころを同時に振るたびに，出た目によってカードの配置を変えていく．もし，出た二つの目が異なるなら，その目と同じ番号のカードの位置を交換し，出た目が同じなら，カードの位置を変えないものとする．次の問いに答えよ．

(1)　二つのさいころを1回振って配置が変わらない確率を求めよ．

(2)　二つのさいころを1回振って，番号1のカードの位置がはじめの配置と異なる確率を求めよ．

(3)　二つのさいころを2回振って，番号1，2，3，4の4枚のカードの位置がどれもはじめの配置と異なる確率を求めよ．

(4)　二つのさいころを2回振って，位置がはじめの配置と異なるカードが番号1，2，3の3枚のみである確率を求めよ．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

**1**　さいころを繰り返し投げ，出た目の数を加えていく．その合計が４以上になったところで投げることを終了する．

(1)　１の目が出たところで終了する目の出方は［ア］通りである．

２の目が出たところで終了する目の出方は［イ］通りである．

３の目が出たところで終了する目の出方は［ウ］通りである．

４の目が出たところで終了する目の出方は［エ］通りである．

(2)　投げる回数が１回で終了する確率は$\dfrac{\boxed{オ}}{\boxed{カ}}$であり，２回で終了する確率は$\dfrac{\boxed{キ}}{\boxed{クケ}}$である．２回で終了するという条件の下で，１の目が１回も出ない確率は$\dfrac{\boxed{コ}}{\boxed{サ}}$である．

終了するまでに投げる回数が最も多いのは［シ］回であり，投げる回数が［シ］回で終了する確率は$\dfrac{\boxed{ス}}{\boxed{セソタ}}$である．



ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

[2] 袋の中に赤玉 5 個，白玉 5 個，黒玉 1 個の合計 11 個の玉が入っている．赤玉と白玉にはそれぞれ 1 から 5 までの数字が一つずつ書かれており，黒玉には何も書かれていない．なお，同じ色の玉には同じ数字は書かれていない．この袋から同時に 5 個の玉を取り出す．

5 個の玉の取り出し方は [アイウ] 通りある．

取り出した 5 個の中に同じ数字の赤玉と白玉の組が 2 組あれば得点は 2 点，1 組だけあれば得点は 1 点，1 組もなければ得点は 0 点とする．

(1) 得点が 0 点となる取り出し方のうち，黒玉が含まれているのは [エオ] 通りであり，黒玉が含まれていないのは [カキ] 通りである．

得点が 1 点となる取り出し方のうち，黒玉が含まれているのは [クケコ] 通りであり，黒玉が含まれていないのは [サシス] 通りである．

(2) 得点が 1 点である確率は $\dfrac{\boxed{\text{セソ}}}{\boxed{\text{タチ}}}$ であり，2 点である確率は $\dfrac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テト}}}$ である．

また，得点が 2 点であるという条件の下で，黒球が含まれていない確率は $\dfrac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}$ である．


ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

**3**　１から９までの数字が一つずつ書かれた９枚のカードから５枚のカードを同時に取り出す．このようなカードの取り出し方は［アイウ］通りある．

(1)　取り出した５枚のカードの中に５と書かれたカードがある取り出し方は［エオ］通りであり，５と書かれたカードがない取り出し方は［カキ］通りである．

(2)　次のように得点を定める．

・取り出した５枚のカードの中に５と書かれたカードがない場合は，得点を０点とする．
・取り出した５枚のカードの中に５と書かれたカードがある場合，この５枚を書かれている数の小さい順に並べ，５と書かれたカードが小さい方から $k$ 番目にあるとき，得点を $k$ 点とする．

得点が０点となる確率は $\dfrac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}}$ である．得点が１点となる確率は $\dfrac{\boxed{コ}}{\boxed{サシス}}$ で，得点が２点となる確率は $\dfrac{\boxed{セ}}{\boxed{ソタ}}$，得点が３点となる確率は $\dfrac{\boxed{チ}}{\boxed{ツ}}$ である．

また，取り出した５枚のカードの中に５と書かれたカードがあるという条件の下に，得点が４点以上となる確率は $\dfrac{\boxed{テト}}{\boxed{ナニ}}$ である．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

# 第4講　場合の数・確率

[1] 袋の中に，0，1，2，3，4，5と番号がつけられた同じ大きさの6個の球が入っている．この袋から3個の球を同時に取り出して，出た数の組合せについて考える．

(1) この組合せは全部で [アイ] 通りある．このうち，連続する二つの数を含まないような組合せは [ウ] 通りある．

(2) 出た数の組合せにより，次のように得点を与えるゲームを考える．

出た数の中に0が含まれる場合の得点は0点とする

その他の場合は，出た数のうち最大のものを得点とする

(i) 得点が0点となる確率は $\dfrac{\boxed{エ}}{\boxed{オ}}$ である．

(ii) 得点が4点となる確率は $\dfrac{\boxed{カ}}{\boxed{キク}}$ であり，5点となる確率は $\dfrac{\boxed{ケ}}{\boxed{コサ}}$ である．

得点が5点であるという条件の下で，連続した2つの数を含まない確率は $\dfrac{\boxed{シ}}{\boxed{ス}}$ である．

(iii) このゲームを2回続けて行う．ただし，1回目のゲームで取り出した球を袋に戻してから2回目を行う．このとき，1回目と2回目の得点が等しくなる確率は $\dfrac{\boxed{セソ}}{\boxed{タチツ}}$ である．

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

**2**　1から10までの番号がつけられた10枚のカードから，5枚のカードを同時に取り出す．このとき，取り出した5枚のカードの番号の中で，最も大きな番号を$L$，最も小さな番号を$S$として，得点を次のように定める．

・$L$が偶数のとき，得点を0点とする．

・$L$が奇数のとき，$L$と$S$の差$L-S$を得点とする．

(1)　5枚のカードの取り出し方は［アイウ］通りあり，そのうち得点が0点となるカードの取り出し方は［エオカ］通りある．

(2)　とり得る得点の中で0点を除いて最も低いのは［キ］点で，得点が［キ］点となるカードの取り出し方は［ク］通りある．

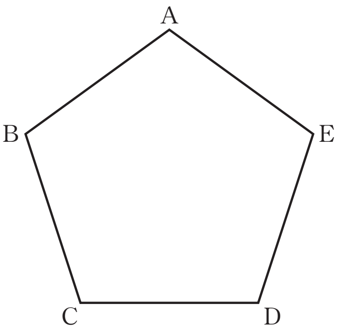
とり得る得点の中で最も高いのは［ケ］点で，得点が［ケ］点となるカードの取り出し方は［コサ］通りある．

(3)　得点が5点となる確率は$\dfrac{\boxed{シ}}{\boxed{スセ}}$，得点が6点となる確率は$\dfrac{\boxed{ソ}}{\boxed{タチ}}$，得点が7点となる確率は$\dfrac{\boxed{ツ}}{\boxed{テト}}$である．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

[3] 右の図のような正五角形 ABCDE の頂点を，A から出発して，B，C，……の順に左まわりに移動する点 P がある．サイコロを振って出た目の数だけ P を移動することにする．すなわち，1 回目に振ったとき，P は A から出発して，出た目の数だけ左まわりに進んで $P_1$ に移り，$k$ 回目に振ったとき，P は $P_{k-1}$ から出発して，出た目の数だけさらに進んで $P_k$ に到達するものとする．たとえば，1 回目に 3，2 回目に 2 が出たときは，$P_1=D$，$P_2=A$ である．




(1) サイコロを 2 回振ったとき，

$P_1=P_2$ となる確率は $\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$，

$P_1$ と $P_2$ が隣り合う確率は $\dfrac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}$，

$P_2=A$ となる確率は $\dfrac{\boxed{オ}}{\boxed{カキ}}$，

$P_2=C$ となる確率は $\dfrac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}}$，

$P_1$ または $P_2$ が A となる確率は $\dfrac{\boxed{コ}}{\boxed{サ}}$

である．

(2) サイコロを 3 回振ったとき，$P_3=A$ となる確率を求める．

$P_2=E$ かつ $P_3=A$ となる確率は $\dfrac{\boxed{シ}}{\boxed{スセソ}}$ である．

$P_2 \neq E$ のときも同様に考えることにより，$P_3=A$ となる確率は $\dfrac{\boxed{タチ}}{\boxed{ツテト}}$ である．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

# 第５講　整数の性質

【CHECK & UP】

**1**　［1］　2 数 24 と 42 について，次の問いに答えよ．

(1)　2 数の最大公約数 $G$，最小公倍数 $L$ を求めよ．

(2)　$24=aG$，$42=bG$ と表したとき，$a$ と $b$ の最小公倍数 $g$ を求めよ．

(3)　$L$ を $G$ と $g$ を用いて表せ．

［2］　3 数 150，270，630 について，次の問いに答えよ．

(1)　3 数の最大公約数 $G$，最小公倍数 $L$ を求めよ．

(2)　$150=aG$，$270=bG$，$630=cG$ と表したとき，$a$，$b$，$c$ の最小公倍数 $g$ を求めよ．

(3)　$L$ を $G$ と $g$ を用いて表せ．

**2**　不定方程式 $3x-5y=1$　…… ①　について，次の問いに答えよ．

(1)　①を満たす整数解の１つに，$x=2$，$y=1$ がある．
これらを①に代入すると，$3\cdot2-5\cdot1=1$　…… ②　となる．
①−②を計算し，$3A=5B$ の形に変形せよ．

(2)　3 と 5 の最大公約数は 1 であることから，整数 $A$，$B$ が $3A=5B$ を満たすとき，$A$ は 5 の倍数であり，$A=5k$（$k$ は整数）と表せる．
このことを用いて，①を満たす整数解 $x$，$y$ を求めよ．

**3**　次の(　　　)に当てはまるものを　①偶数　　②奇数　から選べ．

(1)　(偶数)＝(奇数)×(　　　)　　(2)　(奇数)＝(奇数)×(　　　)

(3)　(偶数)＝(偶数)±(　　　)　　(4)　(偶数)＝(奇数)±(　　　)

(5)　(奇数)＝(偶数)±(　　　)　　(6)　(奇数)＝(奇数)±(　　　)

**4**　実数 $a$，$b$ について，$a\times b=4$ であるとする．次の(1)〜(3)のそれぞれの条件に適する $a$，$b$ を求めよ．

(1)　$a$，$b$ は整数

(2)　$a$，$b$ は自然数

(3)　$a$，$b$ は整数，$a>b$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

**1**　[1]　1から100までの自然数の積 $1\cdot2\cdot3\cdots\cdots99\cdot100$ を $P$ とする．

$P$ が2で何回割り切れるかを求めよう．

$P$ が2で割り切れる回数は，$P$ を素因数分解したときの素因数2の指数である．1から100までの100個の自然数のうち，2で割り切れるものの個数は2, 4, 6, 8, ……, 98, 100の **アイ** 個である．このうち4は2で **ウ** 回割り切れる．したがって，次に4すなわち $2^2$ で割り切れるものの個数を求めると **エオ** 個である．同様に，2で3回割り切れるものの個数，4回割り切れるものの個数を順に求めることにより，$P$ は2で **カキ** 回割り切れる．

$10=2\times5$ であることを利用すると，$P$ の末尾には0が連続して **クケ** 個並ぶことがわかる．

[2]　12と30の最大公約数は **ア** ，最小公倍数は **イウ** である．ここで $G=$ **ア** とおくと，$12=$ **エ** $G$，$30=5G$ と表される． **エ** と5の最大公約数は **オ** であり，その最小公倍数は **カキ** である．よって $l=$ **カキ** とおくと，12と30の最小公倍数について，$Gl=60$ が成り立つことがわかる．

3つの自然数 $a$，$b$，$c\,(a<b<c)$ について，$a$，$b$，$c$ の最大公約数が12，最小公倍数が216であるとする．$a=12a'$，$b=12b'$，$c=12c'$ とおくと，$a'$，$b'$，$c'$ の最大公約数は **ク** である．ここで $a'$，$b'$，$c'$ の最小公倍数を $m$ とすると，$a$，$b$，$c$ の最小公倍数が216であることから，$m=$ **ケコ** であることがわかる．$a'$，$b'$，$c'$ は $m$ の約数であり，$a'<b'<c'$ であることから，$c'$ の値は **サ** または **シス** に限られる．$c'=$ **サ** のとき，$(a,\ b,\ c)$ の組は **セ** 組である．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

**2** ［1］ 整数 $N$ は 4 で割ると 2 余り，9 で割ると 8 余る数である．

$N$ は整数 $x$，$y$ を使って　$N=4x+2$，$N=9y+8$　と表される．

よって $x$，$y$ は関係式 $4x-9y=$ ［ア］ …… ①　を満たす．

①は $9y=$ ［イ］ $(2x-$ ［ウ］ $)$ と変形できる．

2 と 9 は互いに素であることより，$y$ は ［イ］ の倍数であることがわかる．

したがって，整数 $k$ を用いて $y=$ ［イ］ $k$ と表すと，$2x=$ ［エ］ $k+$ ［オ］ と表される．

$2x$ は偶数であることより，$k$ は奇数であることがわかる．

したがって，①を満たす整数 $x$，$y$ のうち，$y$ が 1 桁の整数であるものは

$(x,\ y)=($ ［カ］ $,$ ［キ］ $)$，$($ ［クケ］ $,$ ［コ］ $)$

である．

①は $4(x-$ ［カ］ $)=9(y-$ ［キ］ $)$ と変形できることから，$x$，$y$ は整数 $t$ を用いて $x=9t+$ ［カ］，$y=4t+$ ［キ］ と表される．

よって，$N$ は整数 $t$ を用いて $N=$ ［サシ］ $t+$ ［スセ］ と表される．

［2］ 方程式 $24x-19y=3$ …… ①　を満たす整数の組 $(x,\ y)$ を考える．

$24x-19y=1$ を満たす整数解の 1 つとして，$x=4$，$y=$ ［ア］ が挙げられる．

よって，$24\times4-19\times$ ［ア］ $=1$ より $24\times12-19\times$ ［イウ］ $=3$ であることから

$x=12$，$y=$ ［イウ］ は①の整数解の 1 つである．

①の整数解のうち，$0\leqq x\leqq50$ を満たすものは，$x$ の値が小さい順に

$(x,\ y)=($ ［エオ］ $,$ ［カキ］ $)$，$($ ［クケ］ $,$ ［コサ］ $)$，$($ ［シス］ $,$ ［セソ］ $)$

である．また，$-20\leqq y-x\leqq20$ を満たすものは ［タ］ 個ある．



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

**3** 8 進法で表した 3 桁の整数 $N = abc_{(8)}$ を 7 進法で表したところ $cba_{(7)}$ となった．この数を 10 進法で表そう．

整数 $a$，$b$，$c$ のとりうる値の範囲は

$\boxed{ア} \leqq a \leqq \boxed{イ}$，$\boxed{ウ} \leqq b \leqq \boxed{イ}$，$\boxed{エ} \leqq c \leqq \boxed{イ}$

である．

このとき　$abc_{(8)} = cba_{(7)}$ より

$\boxed{オ}^2 a + \boxed{オ} b + c = \boxed{カ}^2 c + \boxed{カ} b + a$

これを変形すると　$b = \boxed{キ}(16c - 21a)$　……①

したがって整数 $b$ は $b = \boxed{ク}$，$\boxed{ケ}$，$\boxed{コ}$

($\boxed{ク} < \boxed{ケ} < \boxed{コ}$) に限られる．

$b = \boxed{ク}$，$\boxed{コ}$ のとき，①を満たす整数 $a$，$c$ は存在しない．

$b = \boxed{ケ}$ のとき，①より　$\boxed{サシ} c - \boxed{スセ} a = 1$

これを満たす整数 $a$，$c$ は　$a = \boxed{ソ}$，$c = \boxed{タ}$

したがって $N$ を 10 進法で表すと $\boxed{チツテ}$ となる．



ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

# 第５講　整数の性質

1 ［1］　連立方程式

$$\begin{cases} 2x+3y-4z=8 & \cdots\cdots① \\ 5x-7y+6z=7 & \cdots\cdots② \end{cases}$$

を満たす整数解の組$(x,\ y,\ z)$について考える．

①，②より$z$を消去して変形すると

［ア］$(8x-$［イウ］$)=$［エ］$y$　……③　となる．

［ア］と［エ］は互いに素であることより，$y$は偶数であることがわかる．

よって，整数$k$を使って$y=2k$と表すと，③は

$8x=$［エ］$k+$［イウ］

と変形できる．左辺は偶数であることから，$k$は奇数であることがわかる．

したがって，連立方程式を満たす整数解のうち，$x$の値が正で最も小さいものは

$(x,\ y,\ z)=($［オ］，［カ］，［キ］$)$

である．

［2］　不定方程式$8x+5y=k$の整数解について考える．

(1)　$k=1$とする．

$x>-10$，$y>-10$を満たす解は

$(x,\ y)=($［アイ］，［ウエ］$)$，$($［オカ］，［キ］$)$，$($［ク］，［ケコ］$)$

である．ただし，［アイ］$<$［オカ］$<$［ク］とする．

(2)　$k=17$とする．

$0<x+y<100$を満たす解は［サシ］個ある．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2 和が 600，最小公倍数が 5772 である 2 つの自然数 $a$，$b$ $(a>b)$ がある．

$a$，$b$ の最大公約数を $G$ とし，$a=a'G$，$b=b'G$ とすると，$a'$，$b'$ の最大公約数は

［ア］である．また，$a'G+b'G=600$，$a'b'G=5772$ である．

ここで，600，5772 をそれぞれ素因数分解すると

$600=2^3\cdot3\cdot5^2$

$5772=2^{［イ］}\cdot［ウ］\cdot13\cdot37$

であるから $G=$［エオ］である．したがって，$a=$［カキク］，$b=$［ケコサ］

である．

このとき，$G=ma+nb$ を満たす整数 $m$，$n$ の組のうち，$m$ の値が正で最小である

ものは，$m=$［シ］，$n=$［スセソ］である．



ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3 正の整数 $N$ を4進法および6進法で表すと，それぞれ3けたの数 $abc_{(4)}$ および $pqr_{(6)}$ になり，また $a+b+c=p+q+r$ である．このとき

$N=$ アイ $a+$ ウ $b+c=36p+6q+r$

と表される．これと $a+b+c=p+q+r$ から，$c$ と $r$ を消去して整理すると

エ $(5a+b)=$ オ $(7p+q)$ ……①

エ と オ の最大公約数は カ であることより，$5a+b$ は オ の倍数である．

よって $b$ が オ の倍数であることがわかる．

ここで キ $\leqq b \leqq$ ク であることから，$b=$ ケ である．

このとき①より $p+q=3(a-2p)$ であり，左辺が正より $a>2p$ であることがわかる．

これと $a$，$p$ のとり得る値の範囲から，$a=$ コ ，$p=$ サ であり，さらに $q=2$，$c=r$ であることがわかる．

$c$ は シ $\leqq c \leqq$ ス を満たすすべての整数の値をとり得るので，題意を満たす整数 $N$ のうち，最小のものは $N=$ セソ である．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS

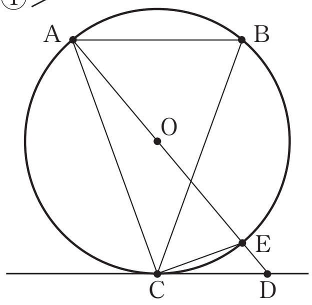
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

# 第６講　平面図形

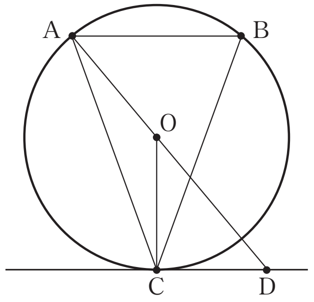
【CHECK & UP】

1　△ABC は CA＝CB，∠ACB＝40° の二等辺三角形である．また △ABC の外接円の中心を O とする．点 C を通る円 O の接線と直線 AO との交点を D とするとき，∠ADC の大きさを求めよ．必要に応じて以下の＜参考図①＞＜参考図②＞のいずれかを用いて考えよ．

＜参考図①＞



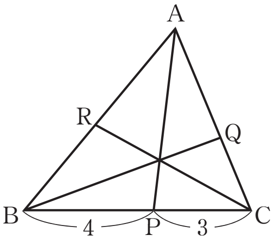

＜参考図②＞




2　AB＝7，BC＝3，CA＝8 の △ABC において，△ABC の内心を I とする．AI の延長と辺 BC との交点を D, BI の延長と辺 AC との交点を E としたとき, 4 点 C, E, I，D は同一円周上にある．このとき，BD の長さと BI･BE の値を求めよ．また点 B から 4 点 C，E，I，D を通る円に引いた接線の長さを求めよ．

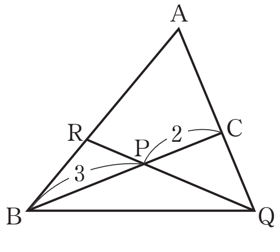
3　下の各図において，$\dfrac{AR}{RB}$ を求めよ．

(1)




AQ：QC＝3：2

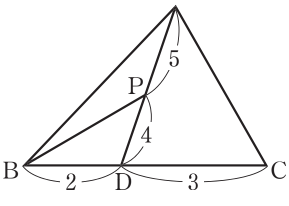
(2)




AC：CQ＝4：3

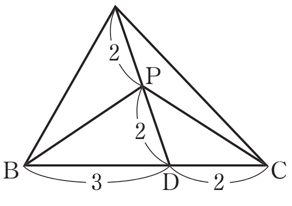
4　下の各図において，次の値を求めよ．

(1)




$\dfrac{\triangle ABD}{\triangle ACD}$，$\dfrac{\triangle ABP}{\triangle ABC}$

(2)




$\dfrac{\triangle ABP}{\triangle ACP}$，$\dfrac{\triangle BPC}{\triangle ABC}$



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

**1**　[1]　円に内接する四角形ABCDの辺の長さをそれぞれ

$AB=4,\ BC=3,\ CD=2,\ DA=6$

とする．2直線BCとADの交点をEとし，2直線ABとDCの交点をFとする．

(1)　$EC=x,\ ED=y$とおけば，相似な二つの三角形△C［アイ］と△ABEの対応する辺の比はみな等しいから

$x:2=(y+$［ウ］$):4,\ y:2=(x+$［エ］$):4$が成り立つ．

ゆえに$x=$［オ］である．さらに　$EC\cdot EB=$［カキ］　……①である．

同様に$FC\cdot FD=\dfrac{160}{9}$　……②である．

(2)　点Gを，△FBCの外接円と直線EFの交点でFとは異なる点とすれば，

［クケ］$\cdot EF=EC\cdot EB$　……③である．

また，4点F，G，C，Bは同一円周上にあり，4点A，B，C，Dも同一円周上にあるから∠FGC＝∠［コサ］C＝∠EDCとなる．これにより4点E，D，C，Gは同一円周上にあることがわかる．

したがって，［シス］$\cdot FE=FC\cdot FD$　……④となる．

①，②，③，④により$EF=\dfrac{2}{3}\sqrt{\text{［セソタ］}}$である．

[2]　点Aを中心とする半径2の円と，点Bを中心とする半径3の円が点Cで外接している．点Dは半径2の円上に，また点Eは半径3の円上にあり，直線DEは二つの円の共通接線となっている．点Cにおける二つの円の共通接線と直線DEとの交点をFとし，直線DAと直線ECの交点をGとする．

このとき$DE=$［ア］$\sqrt{\text{［イ］}}$である．

またAD∥BEから△［ウエ］Cと△AGCは相似であるので，線分AGと線分［オカ］の長さは等しくなる。

したがって，点Gは点Aを中心とする半径2の円上にあり，∠GCD＝［キク］°となる．

さらに，∠CD［ケ］＝∠DE［ケ］であり，$CD^2=\dfrac{\text{［コサ］}}{\text{［シ］}}$である．このことから，$\triangle ACD=\dfrac{\text{［ス］}\sqrt{\text{［セ］}}}{\text{［ソ］}}$が得られる．

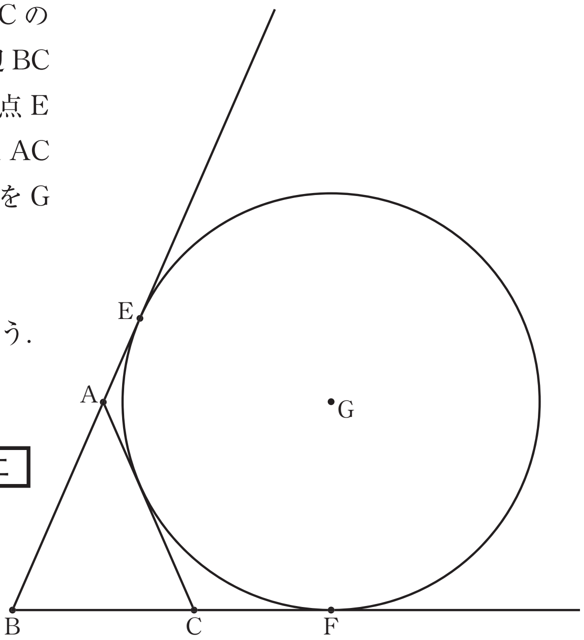
ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞


ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

[2] AB＝AC である二等辺三角形 ABC の内接円の中心を I とし，内接円 I と辺 BC の接点を D とする．辺 BA の延長と点 E で，辺 BC の延長と点 F で接し，辺 AC と接する ∠B 内の円の中心（傍心）を G とする．




(1) AD＝GF が成り立つことを示そう．

2∠EAG＝∠E [アイ]

＝∠ABC＋∠B [ウエ]

＝2∠ABC

であるから，

∠EAG＝∠ABC となる．

したがって，直線 [オカ] と直線 BF は平行である．さらに，A，I，D は一直線上にあって

∠ADC＝∠GFD＝ [キク] °

であるから，四角形 ADFG は [ケ] となる．よって，AD＝GF である．ただし，[ケ] には，次の⓪～③のうちから最もふさわしいものを選べ．

⓪ 正方形　　① 台　形　　② 長方形　　③ ひし形

(2) AB＝5，BD＝2 のとき，IG の長さを求めよう．まず，AD＝$\sqrt{\text{コサ}}$ であり，

$$AI=\frac{\text{シ}\sqrt{\text{コサ}}}{\text{ス}}$$

となる．また，∠AGI＝∠CBI＝∠ABI であるから，AG＝ [セ] となり，

$$IG=\frac{\text{ソ}\sqrt{\text{タチ}}}{\text{ツ}}$$

である．



ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

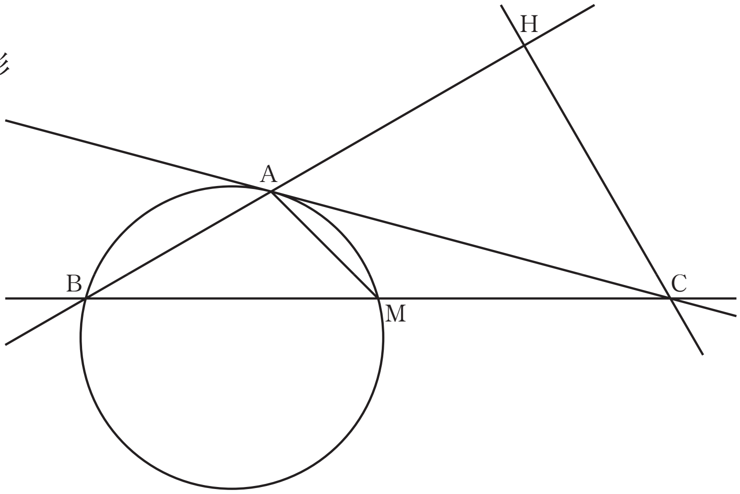
ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

**3** △ABC において，∠A は鈍角で，∠B＝30° である．点 C から直線 AB に引いた垂線と直線 AB との交点を H とする．辺 BC の中点を M とし，直線 AC は 3 点 A，B，M を通る円と点 A で接しているとする．下の ア ～ ウ ， オ ， ク についてては，最も適当なものを次の⓪～Ⓕのうちから一つずつ選べ．

⓪ 鋭角三角形
① 直角二等辺三角形
② 二等辺三角形
③ 正三角形
④ 直角三角形

⑤ ABC
⑥ AMB
⑦ BMC
⑧ MAB
⑨ MCA




Ⓐ AB　Ⓑ AC　Ⓒ AM　Ⓓ BC　Ⓔ BH　Ⓕ CH

直角三角形 HBC において ∠HBC＝30° なので，BC＝2 ア である．一方 ∠MAC＝∠ イ なので，△MAC と△ イ は相似になる．したがって，$AC^2$＝MC･ ウ となる．M は辺 BC の中点なので AC＝$\sqrt{\boxed{エ}}$ CH が成り立つ．したがって△HAC は オ であり，∠AMB＝∠ カキ ° となる．

AC と HM の交点を K，直線 BK と HC の交点を L とする．

△HBK：△BCK＝HL：LC，　△CHK：△BCK＝HA： ク

である．また，M は辺 BC の中点だから，△HBK と△CHK の面積は等しい．

ゆえに，HL：LC＝HA： ク が成り立つ．

したがって△HAL と△HBC の面積比は

△HAL：△HBC＝1： ケ

となる．


ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

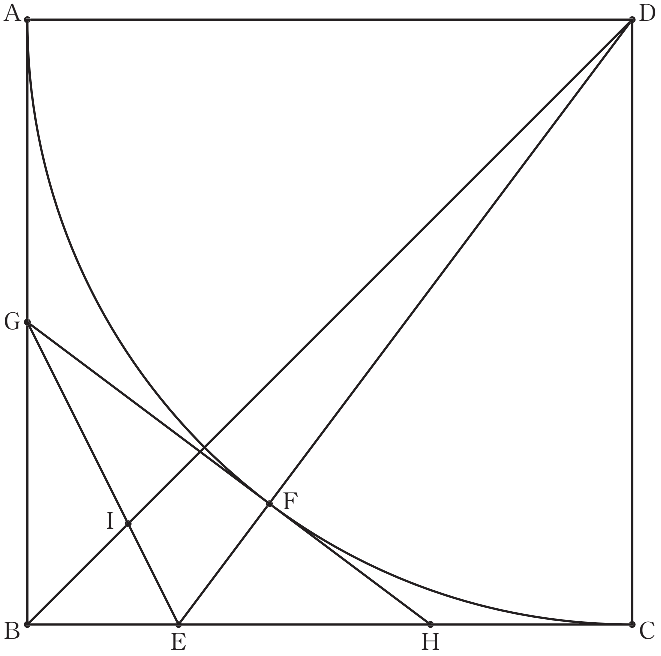


ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

# 第6講　平面図形

**1**　1辺の長さが1の正方形ABCDの辺BCを1：3に内分する点をEとする。Dを中心とする半径1の円と，線分DEとの交点をFとする。点Fにおけるこの円Dの接線と辺AB，BCとの交点をそれぞれG，Hとする。さらに直線GEと直線BDとの交点をIとする。［キ］～［サ］には，次の⓪～Ⓕのうちから正しいものを一つずつ選べ。

⓪ EH　① FD
② FE　③ GE
④ GF　⑤ GH
⑥ GI　⑦ GJ
⑧ IE　⑨ JB
Ⓐ BEI　Ⓑ BIE
Ⓒ EBI　Ⓓ EFG
Ⓔ FEG　Ⓕ FGE




(1)　点Iが△BGHの内心であることを示す。EはBCを1：3に内分するから

$$EC = \frac{［ア］}{［イ］}$$

である。△ECDにおいて三平方の定理(ピタゴラスの定理)を用いれば

$$ED = \frac{［ウ］}{［エ］}$$

となる。よって $FE = \frac{［オ］}{［カ］}$ である。

△GBEと△GFEは直角三角形で，斜辺GEを共有し，BE＝［キ］であるから△GBE≡△GFEが成り立つ。ゆえに∠BGE＝∠［ク］となる。一方，

∠GBI＝45°＝∠［ケ］

であるからIは△BGHの内心であることがわかる。

(2)　次に，△BGHの内接円Iの半径 $r$ を求める。GA＝GF＝GBなので，GはABの中点であることがわかる。IからGBに下ろした垂線とGBとの交点をJとする。

JI＝［コ］＝$r$ であってJI // BEであるから

GB：BE＝［サ］：JI

が成り立つ。ゆえに $r = \frac{［シ］}{［ス］}$ となる。

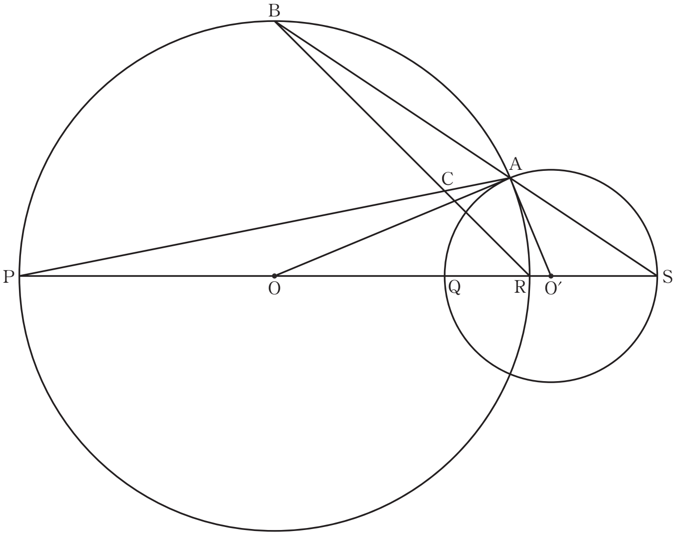
ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

**2**　平面上に２点O，O′を中心とする二つの円があり，円Oの半径は12，円O′の半径は5である。二つの円は２点で交わり，その交点の一つをAとするとき∠OAO′＝∠90°である。直線OO′と円Oとの交点をP，R，円O′との交点をQ，Sとする。ただし，点R，Qは線分OO′上にある。直線SAが円Oと交わるA以外の点をB，二つの線分APとBRの交点をCとする。

以下の［カ］と［キ］については，次の⓪～⑨のうちから最も適当なものを一つずつ選べ。

⓪　ABO　①　AOO′
②　APO　③　BPR
④　OO′A　⑤　PAB
⑥　PO′B　⑦　SAO′
⑧　SAO　⑨　SAP




点Aから直線OO′に引いた垂線とOO′との交点をHとするとき，△OHAと△OAO′は相似な直角三角形であるから

$$\mathrm{OH}=\frac{\boxed{アイウ}}{\boxed{エオ}}$$

である。また，

$$\angle\mathrm{BOS}=180°-\angle\boxed{カ}-\angle\mathrm{O'SA}$$

$$=180°-\angle\mathrm{OAB}-\angle\boxed{キ}=\angle\mathrm{OAO'}$$

であるから，∠BOSは直角である。したがって，△SBOと△SAHは相似であり

$$\frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{SB}}=\frac{\mathrm{HO}}{\mathrm{SO}}=\frac{\boxed{ク}}{\boxed{ケコ}}$$

である。

点Aを通り直線BRに平行な直線と線分RSとの交点をTとおく。△SBRと△SATは相似であるから

$$\mathrm{RT}=\frac{\boxed{サシ}}{\boxed{スセ}}$$

である。また，△APTと△CPRも相似であるから，

$$\frac{\mathrm{AC}}{\mathrm{CP}}=\frac{\boxed{ソ}}{\boxed{タチ}}$$

である。

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3 三角形 ABC の辺 AB，AC 上にそれぞれ点 D，E を AD：AE＝2：3 となるようにとる。直線 DE と直線 BC は点 F で交わるとする。

(1) AD：BD＝2：3，AE：CE＝3：1 であるとき，三角形 ADE の面積を $S$，四角形 BCED の面積を $T$ とすれば，$\dfrac{S}{T}=\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ である。

(2) BD：CE＝3：1 とする。このとき，$\dfrac{\mathrm{BF}}{\mathrm{CF}}=\dfrac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}$ である。

さらに，4 点 B，C，E，D が同一円周上にあるとき，AD＝$2a$，CE＝$b$ とおくと，$\boxed{オ}\,a=\boxed{カ}\,b$ である。したがって

$$\frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{AC}}=\frac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}},\quad \frac{\mathrm{AD}}{\mathrm{BD}}=\frac{\boxed{ケ}}{\boxed{コ}}$$

である。また，$\dfrac{\mathrm{EF}}{\mathrm{DF}}=\dfrac{\boxed{サ}}{\boxed{シ}}$ となる。



ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

# テキスト解答

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

# 第１講　２次関数

## 【CHECK & UP】

**1**　［1］　(1)　$y=-(x^2-ax)+a^2=-\left\{\left(x-\frac{a}{2}\right)^2-\frac{a^2}{4}\right\}+a^2=-\left(x-\frac{a}{2}\right)^2+\frac{a^2}{4}+a^2$ より

頂点の座標は $\left(\boldsymbol{\frac{a}{2}},\ \boldsymbol{\frac{5}{4}a^2}\right)$

些細なミスも命取り．マークに埋まらないならまだしも埋まったときには致命傷となる．

(2)　$y=(x+3a+1)^2-(3a+1)^2+3a+4=(x+3a+1)^2-9a^2-3a+3$ より

頂点の座標は $(\boldsymbol{-3a-1},\ \boldsymbol{-9a^2-3a+3})$

(3)　$f(x)=\{x-(2a+1)\}^2-(2a+1)^2+5a^2+7a-2=\{x-(2a+1)\}^2+a^2+3a-3$

頂点の座標は $(\boldsymbol{2a+1},\ \boldsymbol{a^2+3a-3})$

$y=f(x)$ のグラフが $x$ 軸と２点で交わるのは，

頂点の $y$ 座標が負のとき．

$f(x)=0$ において判別式 $D>0$ が一般的であるが，センターの問題の流れ上，頂点の $y$ 座標を使うことが多い．

ゆえに　$a^2+3a-3<0$ より　$\boldsymbol{\frac{-3-\sqrt{21}}{2}<a<\frac{-3+\sqrt{21}}{2}}$

［2］　(1)　$y=2x^2-3x+2=2\left(x-\frac{3}{4}\right)^2+\frac{7}{8}$ より頂点の座標は $\left(\frac{3}{4},\ \frac{7}{8}\right)$

よって，$x$ 軸方向に 1，$y$ 軸方向に $-4$ 平行移動すると頂点は $\left(\frac{7}{4},\ -\frac{25}{8}\right)$ へ移動する．

ゆえに，求める放物線の式は　$\boldsymbol{y=2\left(x-\frac{7}{4}\right)^2-\frac{25}{8}}$　$(=2x^2-7x+3)$

(別解：$y+4=2(x-1)^2-3(x-1)+2$ より　$y=2x^2-7x+3$)

放物線の移動
＝頂点の移動
$x^2$ の係数に注意．

(2)　(B)のグラフを平行移動すると(A)のグラフに重なるので，$\boldsymbol{a=1}$

このとき(A)は $y=x^2+2x+7=(x+1)^2+6$ となり，頂点の座標は $(-1,\ 6)$ である．題意より(A)のグラフを $x$ 軸方向へ $-1$，$y$ 軸方向へ $-p$ 平行移動すると(B)のグラフに重なる．この移動により頂点は $(-2,\ 6-p)$ に移動し，移動後の式は $y=(x+2)^2+6-p=x^2+4x+10-p$ となる．これを(B)の式と係数比較して

$\boldsymbol{b=4,\ p=8}$

**2**　(1)　$y=ax^2-(5a+2)x+b$ に $x=2$，$y=1$ を代入すると，$1=4a-2(5a+2)+b$

よって　$\boldsymbol{b=6a+5}$

(2)　$C$ の式は $y=ax^2-(5a+2)x+6a+5=a\left(x-\frac{5a+2}{2a}\right)^2-\frac{(5a+2)^2}{4a}+6a+5$

よって，頂点の座標は $\left(\frac{5a+2}{2a},\ \frac{-a^2-4}{4a}\right)$ である．

これが直線 $y=-x+2$ 上にあるので，$\frac{-a^2-4}{4a}=-\frac{5a+2}{2a}+2$

$-a^2-4=-2(5a+2)+8a$　　$a^2-2a=0$

$a\neq 0$ より　$\boldsymbol{a=2}$　　このとき　$\boldsymbol{b=17}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

**3** (1)　$y=2x^2-ax+a-1=2\left(x-\frac{a}{4}\right)^2-\frac{a^2}{8}+a-1$

よって頂点の座標は $\left(\boldsymbol{\frac{a}{4},\ -\frac{a^2}{8}+a-1}\right)$

(2)　$f(x)=2x^2-ax+a-1$ とおく．

$C$ が $x$ 軸の $-1<x<1$ の部分で異なる 2 点で

交わるための条件は

$f(-1)>0$　……①

$f(1)>0$　……②

$-1<$ 軸 $<1$　……③

頂点の $y$ 座標 $<0$　……④　をすべて満たすことである．

いわゆる「解の配置」「解の存在範囲」と呼ばれるジャンルである．
「端点の $y$ 座標の符号」に細心の注意を払うこと．
あとは必要に応じて
「軸が範囲内」
「頂点の $y$ 座標 $<0$」
を利用する．

①より　$f(-1)=2a+1>0$　よって　$a>-\frac{1}{2}$　　②より　$f(1)=1>0$

③より　$-1<\frac{a}{4}<1$　よって　$-4<a<4$

④より　$-\frac{a^2}{8}+a-1<0$　　$a^2-8a+8>0$　よって　$a<4-2\sqrt{2}$，$4+2\sqrt{2}<a$

以上より，求める $a$ の範囲は　$\boldsymbol{-\frac{1}{2}<a<4-2\sqrt{2}}$

**4** [1]　$f(x)=-x^2+2x+a=-(x-1)^2+1+a$　とおくと

グラフは上に凸であり，グラフの軸は $x=1$ である．

よって，$f(1)=1+a$ のとき最大値 4 をとるので，$\boldsymbol{a=3}$

$0\leqq x\leqq 3$ における $f(x)$ の最小値は $f(3)=a-3$ であるから，最小値は **0**

[2]　$f(x)=x^2-ax+1=\left(x-\frac{a}{2}\right)^2-\frac{a^2}{4}+1$ とおくと，グラフは下に凸，軸は $x=\frac{a}{2}$

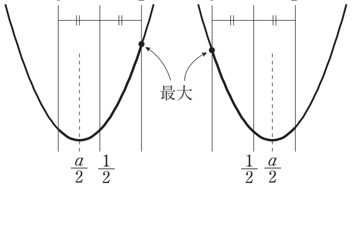
(1)　$0\leqq x\leqq 1$ における最大値 $M$ を考える．変域の中央は $x=\frac{1}{2}$

$\frac{a}{2}\leqq\frac{1}{2}$ つまり $a\leqq 1$ のとき　最大値は $f(1)=-a+2$

$\frac{1}{2}\leqq\frac{a}{2}$ つまり $1\leqq a$ のとき　最大値は $f(0)=1$

よって，$\boldsymbol{M=\begin{cases}-a+2 & (a\leqq 1)\\ 1 & (a\geqq 1)\end{cases}}$

下に凸の放物線の最大値は「変域の中央」より軸が右か左かで分けられる．軸が変域に含まれるか否かとは無関係である．





ⓒRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

（2）$0 \leqq x \leqq 1$ における最小値 $m$ を考える．

> 下に凸の放物線の最小値は軸が変域に含まれるか否かが分かれ目である．含まれないときは，グラフの軸は変域より左か右かにある．このとき頂点は変域に含まれない．

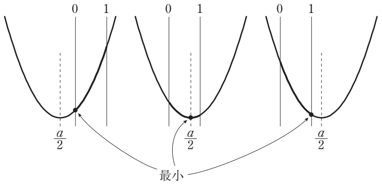
$\dfrac{a}{2} \leqq 0$　つまり　$a \leqq 0$ のとき　最小値は $f(0)=1$

$0 \leqq \dfrac{a}{2} \leqq 1$　つまり　$0 \leqq a \leqq 2$ のとき

$$\text{最小値は } f\left(\frac{a}{2}\right)=-\frac{a^2}{4}+1$$

$1 \leqq \dfrac{a}{2}$　つまり　$2 \leqq a$ のとき　最小値は $f(1)=-a+2$

よって，$\boldsymbol{m=\begin{cases} 1 & (a \leqq 0) \\ -\dfrac{a^2}{4}+1 & (0 \leqq a \leqq 2) \\ -a+2 & (2 \leqq a) \end{cases}}$




（3）$0 \leqq a \leqq 1$ のとき　最大値 $M=-a+2$　　最小値 $m=-\dfrac{a^2}{4}+1$ であることから

$M-m=\dfrac{1}{2}$ より　$-a+2-\left(-\dfrac{a^2}{4}+1\right)=\dfrac{1}{2}$　　$a^2-4a+2=0$

$0 \leqq a \leqq 1$ より　$\boldsymbol{a=2-\sqrt{2}}$

> センター試験では時間の制約上，このようにパラメータに制限がつくことがある．最大値や最小値を出すときは，パラメータのもつ変域に常に注意し，余計な場合分けをあらかじめ排除するよう心がけよう．

**【講義問題　解答例】**　※記述式における模範解答ではありません．授業を補完するものです．

## 1

［1］（1）題意より $y=2x^2$ のグラフを「$x$ 軸方向に 1，$y$ 軸方向に $-3$ 平行移動」……①し，さらにそれを「$x$ 軸に関して対称移動」……②　すると $y=ax^2+bx+c$ のグラフに重なる．

①の移動により $y=2x^2$ の頂点 $(0,\ 0)$ は，$(1,\ -3)$ へ移動し，さらに②の移動により $(1,\ 3)$ へ移動する．また②の移動の際，下に凸から上に凸のグラフに変化し，$x^2$ の係数は 2 から $-2$ となる．

よって，$y=ax^2+bx+c$ の式は $y=-2(x-1)^2+3=-2x^2+4x+1$ と一致する．

係数を比較して　$\boldsymbol{a=-2}$，$\boldsymbol{b=4}$，$\boldsymbol{c=1}$　が得られる．

（2）$y=px^2+qx+r$　……①　の頂点が $(3,\ -8)$ であることより，

①は　$y=p(x-3)^2-8=px^2-6px+9p-8$　と表すことができる．

係数比較して $q=-6p$，$r=9p-8$　……②　が得られる．

また，$y<0$ となる $x$ の範囲が $k<x<k+4$ であることより

①は　$y=p(x-k)\{x-(k+4)\}=px^2-p(2k+4)x+pk(k+4)$　と表すことができる．

係数比較して $q=-p(2k+4)$，$r=pk(k+4)$　……③　が得られる．

②，③より $-p(2k+4)=-6p$　……④　　$pk(k+4)=9p-8$　……⑤



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

$p\neq 0$ より，④から　$2k+4=6$　　$\boldsymbol{k=1}$

このとき⑤より　$p\cdot 1\cdot 5=9p-8$　　$\boldsymbol{p=2}$

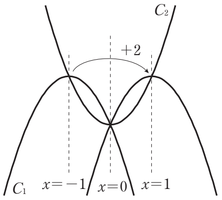
［2］ (1)　$C_1 : y=-2x^2-4x+a=-2(x+1)^2+2+a$ より　$C_1$ の頂点の座標は $(\boldsymbol{-1},\ \boldsymbol{a+2})$

(2)　頂点 $(-1,\ a+2)$ が $C_2 : y=(3b^2-8b-3)x^2+5$ 上にあるので，代入して

$a+2=3b^2-8b-3+5$　　ゆえに　$\boldsymbol{a=3b^2-8b}$

このとき $C_1$ の頂点は $C_2$ 上にあり，また $C_1$，$C_2$ の軸はそれぞれ $x=-1$，$x=0$ である．

よって，$C_1$ を $x$ 軸方向に平行移動して再び $C_1$ の頂点が $C_2$ 上にあるのは，$C_1$ を $x$ 軸方向に $\boldsymbol{2}$ 平行移動したときである．




## 2

［1］　$C : y=3x^2-ax-a-b=3\left(x-\dfrac{a}{6}\right)^2-\dfrac{a^2}{12}-a-b$　より

頂点の座標は $\left(\dfrac{a}{6},\ -\dfrac{a^2}{12}-a-b\right)$　軸の方程式は $x=\boldsymbol{\dfrac{a}{6}}$ であり，グラフは下に凸である．

このグラフが $x$ 軸と異なる２つの共有点をもつのは頂点の $y$ 座標が負のときである．

よって　$-\dfrac{a^2}{12}-a-b<0$　　ゆえに　$b>-\dfrac{a^2}{12}-a=-\boldsymbol{\dfrac{a^2+12a}{12}}$

グラフ $C$ と $x$ 軸とが２つの共有点をもち，その１つの $x$ 座標が１であるとき，

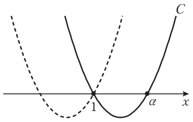
$C$ は点 $(1,\ 0)$ を通るので，$3-a-a-b=0$　　ゆえに　$\boldsymbol{b=-2a+3}$

このとき $C : y=3x^2-ax+a-3$

$C$ と $x$ 軸との２つの共有点の $x$ 座標のうち，１でないものを $\alpha$ とすると

$3x^2-ax+a-3=0$ の２解が１と $\alpha$ であることより，

解と係数の関係から　$1+\alpha=\dfrac{a}{3}$　　ゆえに　$\alpha=\dfrac{a}{3}-1=\boldsymbol{\dfrac{a-3}{3}}$




$\alpha$ が区間 $-1\leqq x\leqq 0$ に含まれるとき　$-1\leqq\dfrac{a-3}{3}\leqq 0$　　$-3\leqq a-3\leqq 0$

ゆえに　$\boldsymbol{0\leqq a\leqq 3}$

このとき，$C$ の頂点の $y$ 座標　$-\dfrac{a^2}{12}-a-b=-\dfrac{a^2}{12}+a-3=-\dfrac{1}{12}(a-6)^2$　は

$a=3$ のとき最大値 $\boldsymbol{-\dfrac{3}{4}}$ をとる．

［2］　$C : y=x^2+2(a-1)x=(x+a-1)^2-(a-1)^2$ より頂点の座標は $(\boldsymbol{-a+1},\ \boldsymbol{-(a-1)^2})$

$C$ の $-1\leqq x\leqq 1$ における最小値について，最小値が頂点の $y$ 座標 $-(a-1)^2$ となるのは

グラフの軸 $x=-a+1$ が $-1\leqq x\leqq 1$ に含まれるときであり，

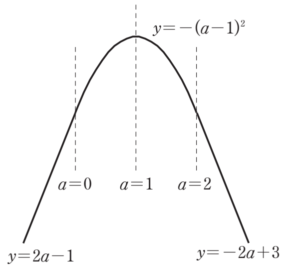
それは　$-1\leqq -a+1\leqq 1$　　$-2\leqq -a\leqq 0$　より　　$\boldsymbol{0\leqq a\leqq 2}$ のときである．

$a$ が増加するとグラフは左方向に移動し，$a$ が減少するとグラフは右方向へ移動するので，$a>2$ ならば，最小値は変域の左端 $x=-1$ でとり，その値は $\boldsymbol{-2a+3}$ となり，

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

$a<0$ ならば，最小値は変域の右端 $x=1$ でとり，その値は $\mathbf{2}a\mathbf{-1}$ となる．
また，この最小値を $a$ の関数と考えたとき，
右のグラフより最大となるのは $a=\mathbf{1}$ のときである．




3　$G_1$：$y=3x^2-2x-1=3\left(x-\dfrac{1}{3}\right)^2-\dfrac{4}{3}$　より，頂点の座標は $\left(\dfrac{1}{3},\ -\dfrac{4}{3}\right)$

$G_2$：$y=x^2+2ax+b=(x+a)^2-a^2+b$　より，頂点の座標は $(-a,\ -a^2+b)$

$G_2$ の頂点が $G_1$ 上にあるとき，$-a^2+b=3a^2+2a-1$　ゆえに　$b=\mathbf{4}a^2+\mathbf{2}a\mathbf{-1}$

このとき，$G_2$ の頂点の座標は $(-a,\ \mathbf{3}a^2+\mathbf{2}a\mathbf{-1})$ である．

(1)　$G_2$ の頂点の $y$ 座標 $3a^2+2a-1=3\left(a+\dfrac{1}{3}\right)^2-\dfrac{4}{3}$ は $a=\mathbf{-\dfrac{1}{3}}$ のとき最小値 $\mathbf{-\dfrac{4}{3}}$ をとる．

$a=-\dfrac{1}{3}$ のとき $G_2$ の軸は $x=-a=\mathbf{\dfrac{1}{3}}$ であり，

$G_2$：$y=\left(x-\dfrac{1}{3}\right)^2-\dfrac{4}{3}$ と $x$ 軸との交点の $x$ 座標は，この式に $y=0$ を代入して

$$0=\left(x-\frac{1}{3}\right)^2-\frac{4}{3}\qquad \left(x-\frac{1}{3}\right)^2=\frac{4}{3}\qquad x-\frac{1}{3}=\pm\frac{2}{\sqrt{3}}$$

ゆえに　$x=\mathbf{\dfrac{1\pm2\sqrt{3}}{3}}$ である．

(2)　$G_2$ が点 $(0,\ 5)$ を通るとき，$G_2$ の $y$ 切片が 5 より $b=5$ である．
すなわち　$4a^2+2a-1=5$　　$2a^2+a-3=0$　　$(2a+3)(a-1)=0$

ゆえに　$a=\mathbf{1}$，$\mathbf{-\dfrac{3}{2}}$

$a=1$ のとき，$G_2$ の頂点は $(-1,\ 4)$ である．
$G_2$ を $x$ 軸方向，$y$ 軸方向にともに $k$ だけ平行移動すると，その頂点は
$(-1+k,\ 4+k)$ へ移動する．これが $G_1$ 上にあるとき，$G_1$ の式に代入して

$$4+k=3(k-1)^2-2(k-1)-1\qquad k^2-3k=0\qquad k(k-3)=0\qquad k\neq0 \text{ より } k=3$$

よって，ともに $\mathbf{3}$ だけ平行移動すれば題意を満たす．



ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

# 第２講　三角比

## 【CHECK & UP】

**1**

(1)　∠A が鈍角で，$\sin A=\dfrac{5\sqrt{7}}{16}$ のとき

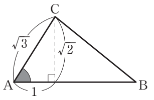
$$\cos A=-\sqrt{1-\left(\frac{5\sqrt{7}}{16}\right)^2}=-\sqrt{\frac{16^2-175}{16^2}}=-\frac{\sqrt{81}}{16}=-\mathbf{\frac{9}{16}}$$

> 三角比の世界において，鈍角のとき cos の値はマイナス．逆に与えられた cos の値がマイナスのときは鈍角．自分で描く図形に確実に反映させよう．

(2)　△ABC において $\tan A=\sqrt{2}>0$ より，∠A は鋭角である．

このとき　$\dfrac{1}{\cos^2 A}=1+\tan^2 A=3$　より　$\cos^2 A=\dfrac{1}{3}$

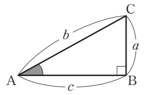
ゆえに　$\cos A=\mathbf{\dfrac{1}{\sqrt{3}}}\left(=\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)$

> 鋭角とわかれば，「直角三角形」を考えることにより三角比の値を容易に出すことができる．
>
> $\tan A=\dfrac{\sqrt{2}}{1}$ より左下図．
>
> 
> 
>
> よって
> $\cos A=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

(3)　CA×cos$A$＝AB　より　$\mathrm{CA}=\dfrac{\mathrm{AB}}{\cos A}=\dfrac{3\sqrt{2}}{\frac{2\sqrt{2}}{3}}=\mathbf{\dfrac{9}{2}}$

また　$\sin A=\sqrt{1-\left(\dfrac{2\sqrt{2}}{3}\right)^2}=\sqrt{\dfrac{1}{9}}=\dfrac{1}{3}$ より

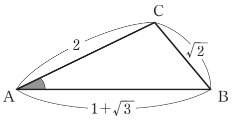
$$\mathrm{BC}=\mathrm{CA}\times\sin A=\frac{9}{2}\cdot\frac{1}{3}=\mathbf{\frac{3}{2}}$$

> △ABC で ∠B＝90° のとき
> 三角比の定義より
>
> $a=b\times\sin A$
>
> $c=b\times\cos A$
>
> 
> 
>
> 直角三角形では定義に立ち返ろう．

**2**

(1)　余弦定理より

$$\cos A=\frac{4+(1+\sqrt{3})^2-2}{2\cdot 2\cdot(1+\sqrt{3})}=\frac{2\sqrt{3}+6}{4(1+\sqrt{3})}=\frac{2\sqrt{3}(1+\sqrt{3})}{4(1+\sqrt{3})}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

> まずは３辺の大小関係を明確にした上で図示しよう．最大辺は AB＝1＋$\sqrt{3}$＝2.73… である．
> また，cos の値ではなく「角度」を聞かれているので，cos の値は「有名値」，すなわち
> $\dfrac{1}{2}$，$\dfrac{1}{\sqrt{2}}$，$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ のいずれか．図が大幅に狂っていなければ 60° にはならないことがわかる．すなわち，cos の値には「$\sqrt{\ }$ が残る」と予想でき，変形にそれを活かすことができる．ちなみに $3=\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}$，$2=\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}$ である．
>
> 
> 

ゆえに　**∠A＝30°**

(2)　3AC＝2AB より，AB：AC＝3：2
よって，AB＝$3x$，AC＝$2x$ とおくと，

> ２辺の比がわかっているとき（同じ長さのときも含む）は，与えられていなければ自分で文字を使って長さを表す．

余弦定理より　$28=9x^2+4x^2-2\cdot 3x\cdot 2x\cdot\left(\dfrac{1}{2}\right)$

$7x^2=28$　　$x^2=4$　$x>0$ より　$x=2$　　よって　AB＝**6**，AC＝**4**



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

(3)　BC$=x$ とおくと余弦定理より

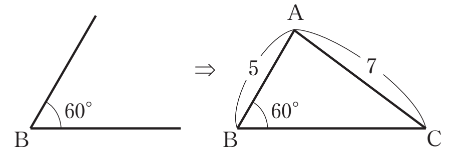
$$49=x^2+25-2\cdot5\cdot x\cdot\frac{1}{2}$$

$$x^2-5x-24=0$$

$x>0$ より　$x=8$

ゆえに　BC$=\mathbf{8}$

$$\triangle\mathrm{ABC}=\frac{1}{2}\cdot5\cdot8\cdot\sin60^\circ=\mathbf{10\sqrt{3}}$$

> 図を描くのにとまどった人は，与えられているのが２辺と「その間ではない角」だからであろう．この場合は「角」から描くとよい．今回は $\angle\mathrm{B}=60^\circ$ より
>
> 
> 
>
> と描き進めよう．この後，求めたい辺を（与えられていなければ）$x$ と置くのは言うまでもない．

(4)　余弦定理より

$$\mathrm{AC}^2=9+3-2\cdot3\cdot\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{6}=9\qquad \mathrm{AC}=\mathbf{3}$$

また，$\sin B=\sqrt{1-\left(\frac{\sqrt{3}}{6}\right)^2}=\frac{\sqrt{33}}{6}$ より

$$\triangle\mathrm{ABC}=\frac{1}{2}\cdot3\cdot\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{33}}{6}=\mathbf{\frac{3\sqrt{11}}{4}}$$

外接円の半径を $R$ とおくと，正弦定理より

$$R=\frac{\mathrm{AC}}{2\cdot\sin B}=\frac{3}{2\cdot\frac{\sqrt{33}}{6}}=\frac{9}{\sqrt{33}}=\mathbf{\frac{3\sqrt{33}}{11}}$$

> 基本設定「２辺とその間の角」から始まる．余弦定理ですぐもう１辺も出せる．今回は AB＝AC すなわち二等辺三角形．このパターンは正確な図は辺がわかってからでもよいが，
>
> $\cos B=\frac{\sqrt{3}}{6}<\frac{1}{3}<\frac{1}{2}$ により $\angle\mathrm{B}$ は $60^\circ$ ～ $90^\circ$ の間の角であることがわかるであろう．
>
> 三角形の面積は今回は公式．正弦定理は「外接円の半径」がらみがほとんどである．

(5)　$\sin B=\sqrt{1-\left(\frac{\sqrt{6}}{3}\right)^2}=\frac{1}{\sqrt{3}}$

正弦定理より　$\frac{\mathrm{AC}}{\sin B}=\frac{\mathrm{AB}}{\sin C}$

つまり　$\frac{2\sqrt{6}}{\frac{1}{\sqrt{3}}}=\frac{3\sqrt{2}}{\sin C}$　　よって　$\sin C=\mathbf{\frac{1}{2}}$

外接円の半径を $R$ とおくと，

正弦定理より　$R=\frac{2\sqrt{6}}{2\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}}=\mathbf{3\sqrt{2}}$

> 正弦定理を用いて角度を出す問題が出ないとはいえない．たまに練習しておこう．また，外接円の半径が AB と同じ長さであることは使わないかもしれないが気にとめておこう．
>
> ちなみに $\sin C$ の値から $\angle\mathrm{C}$ は $60^\circ$ と $120^\circ$ の２つの選択肢があると思った人は間違い．$\angle\mathrm{C}$ の対辺である AB は最大辺ではないので，$\angle\mathrm{C}$ が鈍角になることはあり得ない．つまり $60^\circ$ 確定なのである．そう，三角形において鈍角になる資格がある角は，最大辺の対角のみ．もちろん，$\cos B$ の値から $\angle\mathrm{B}$ は鋭角かつ $90^\circ$ に近いことから図示してもわかることであるが．

**3**　［1］　△ABC で余弦定理より $\cos A=\frac{16+49-81}{2\cdot4\cdot7}=\mathbf{-\frac{2}{7}}$

> まず図示する際，△ABC のうち最大辺は BC．よってこれが最も直径に近いポジションとなる．ただしその対角が鋭角か鈍角かは明確にはわからないため，余弦定理で出した cos の値の正負の結果から描く（描き直す）とよい．

よって　$\cos D=\frac{2}{7}$

BD＝CD＝$x$ とおいて，

△BCD で余弦定理より

> 円に内接する四角形で，対角を考える際，
> - 角度は $180^\circ-\theta$
> - sin はそのまま
> - cos は符号逆

$$81=x^2+x^2-2\cdot x\cdot x\cdot\frac{2}{7}\qquad x^2=\frac{7\cdot81}{10}\qquad x>0 \text{ より}\quad x=\frac{9\sqrt{7}}{\sqrt{10}}=\frac{9\sqrt{70}}{10}$$

よって　BD$=\mathbf{\frac{9\sqrt{70}}{10}}$



ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

[2]　BD$=x$とおくと，△ABDで余弦定理より

$$x^2=9+25-2\cdot3\cdot5\cdot\cos A=34-30\cos A \quad \cdots\cdots①$$

△CBDで余弦定理より

$$x^2=49+49-2\cdot7\cdot7\cdot(-\cos A)=98+98\cos A \quad \cdots\cdots②$$

①，②より　$34-30\cos A=98+98\cos A$

$\cos A=-\mathbf{\frac{1}{2}}$　ゆえに　$\angle \mathrm{A}=120°$

このとき①より　$x^2=49$　$x>0$ より　$x=7$　よって　BD$=\mathbf{7}$

$$\text{四角形 ABCD}=\triangle\mathrm{ABD}+\triangle\mathrm{CBD}=\frac{1}{2}\cdot3\cdot5\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}\cdot7\cdot7\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\mathbf{16\sqrt{3}}$$

△ABDの外接円の半径を$R$とすると　$R=\dfrac{7}{2\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}}=\mathbf{\dfrac{7}{\sqrt{3}}}\left(=\dfrac{7\sqrt{3}}{3}\right)$

円に内接する四角形の４辺が与えられた場合である．図を描けば∠Aが鈍角であることがわかる．また，誘導がなくとも四角形を対角線で分割した２つの三角形において①と②を立式できるようにしておこう．
また，BD＝7であることより，△BCDは正三角形であることがわかる．

**4**　[1]　$\triangle\mathrm{ABE}=\dfrac{1}{2}\cdot5\cdot2\cdot\dfrac{5}{13}=\mathbf{\dfrac{25}{13}}$

△ABE∽△CDEであり，

△ABEと△CDEの相似比は5：3，面積比は25：9である．

また，△ABE：△ADE＝5：3＝25：15

同じく，△ABE：△CBE＝25：15

よって　△ABE：△ADE：△CBE：△CDE＝25：15：15：9

したがって　台形ABCD：△ABE＝64：25

ゆえに　台形 $\mathrm{ABCD}=\triangle\mathrm{ABE}\times\dfrac{64}{25}=\dfrac{25}{13}\cdot\dfrac{64}{25}=\mathbf{\dfrac{64}{13}}$

相似な三角形においては，相似比の２乗が面積比．
相似な三角形について問題文で触れている場合はやりやすいが，そうでない場合は「平行」はもちろん「角度が同じ」「角度を移す」といった誘導から相似が頭によぎるようになっておくこと．
高さが共通の２つの三角形においては，面積比＝底辺比．隣接している三角形に注意．また，底辺が共通の場合は，面積比＝高さの比．

[2]　△ABCで余弦定理より $\cos\angle\mathrm{BAC}=\dfrac{25+(4+\sqrt{3})^2-12}{2\cdot5\cdot(4+\sqrt{3})}=\dfrac{8(4+\sqrt{3})}{2\cdot5\cdot(4+\sqrt{3})}=\mathbf{\dfrac{4}{5}}$

円に内接する台形は等脚台形であることよりCD＝AB＝**5**

BD$=x$とおくと，△BCDで余弦定理より

$12=x^2+25-2\cdot5\cdot x\cdot\dfrac{4}{5}$　$x^2-8x+13=0$　$x=4\pm\sqrt{3}$

△BCDでBDは最大辺ではないので，$\mathrm{BD}=\mathbf{4-\sqrt{3}}$

$\sin\angle\mathrm{BAC}=\sqrt{1-\left(\dfrac{4}{5}\right)^2}=\dfrac{3}{5}$

よって，台形ADBC＝△ABC＋△BCD

$$=\frac{1}{2}\cdot5\cdot(4+\sqrt{3})\cdot\frac{3}{5}+\frac{1}{2}\cdot5\cdot(4-\sqrt{3})\cdot\frac{3}{5}=\frac{3}{2}\cdot8=\mathbf{12}$$

円に内接する等脚台形のCDの長さを出すところはその性質ですぐに出したいところ．
また，△BDCにおいて鈍角の対辺はCD(＝5)であり，ゆえにBDは「最大辺ではない」ので5より小さい値になる$4-\sqrt{3}$が選択できたであろうか．
台形の面積のところではsinの値を移した．



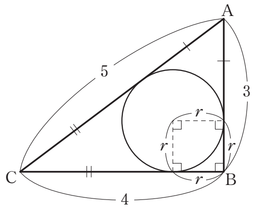
ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

5 [1]　AB＝3 である．

右図より　$(3-r)+(4-r)=5$

ゆえに　$r=\mathbf{1}$

今回は「直角三角形」の内接円である．「正方形」「2接線の長さが等しい」ことを利用する．




[2]　BC の中点を M とすると △ABM で三平方の定理より

$$\mathrm{AM}=\sqrt{3^2-1^2}=2\sqrt{2}$$

よって，$\triangle\mathrm{ABC}=\frac{1}{2}\cdot2\cdot2\sqrt{2}=2\sqrt{2}$

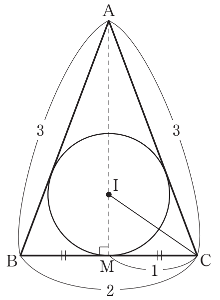
$$\triangle\mathrm{ABC}=\frac{1}{2}r(\mathrm{AB}+\mathrm{BC}+\mathrm{CA})\text{ より}$$

$$2\sqrt{2}=\frac{1}{2}r(3+2+3)\qquad\text{よって}\quad r=\boldsymbol{\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

△ICM で三平方の定理を適用し，求める距離は

$$\mathrm{IC}=\sqrt{1^2+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\boldsymbol{\frac{\sqrt{6}}{2}}$$

角 A，B，C いずれかの cos の値を出し，sin に変換して面積を求めてもよいが，「二等辺三角形」である．よって A から下ろした垂線の足 M は内接円と辺 BC の「接点」である．




[3]　$\sin\angle\mathrm{ABC}=\sqrt{1-\left(\frac{1}{3}\right)^2}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$ より，△ABC で正弦定理から

$$R=\frac{\frac{1}{3}}{2\cdot\frac{2\sqrt{2}}{3}}=\boldsymbol{\frac{\sqrt{2}}{8}}$$

また，△OAM で三平方の定理より

$$\mathrm{OM}=\sqrt{R^2-\mathrm{AM}^2}=\sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{8}\right)^2-\left(\frac{1}{6}\right)^2}$$

$$=\sqrt{\frac{1}{32}-\frac{1}{36}}=\sqrt{\frac{1}{4\cdot8}-\frac{1}{4\cdot9}}=\sqrt{\frac{9-8}{4\cdot8\cdot9}}=\boldsymbol{\frac{\sqrt{2}}{24}}$$

[2] と同様，「二等辺三角形」．図形の対称性から頂角から下ろした垂線が外接円の中心を通ること，そしてその垂線と外接円の中心および半径の絡みを確認したことであろう．

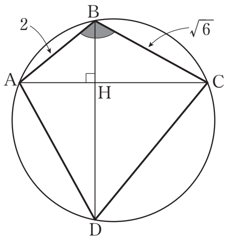
ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

**【講義問題　解答例】** ※記述式における模範解答ではありません．授業を補完するものです．

1

［1］ $\sin\angle ABC=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ より　$\cos\angle ABC=-\sqrt{1-\dfrac{1}{3}}=-\sqrt{\dfrac{2}{3}}=\boldsymbol{-\dfrac{\sqrt{6}}{3}}$




△ABCで余弦定理より　$AC^2=4+6-2\cdot2\cdot\sqrt{6}\cdot\left(-\dfrac{\sqrt{6}}{3}\right)=18$

ゆえに　$AC=\boldsymbol{3\sqrt{2}}$

円の半径を $R$ とおくと　$R=\dfrac{AC}{2\sin\angle ABC}=\dfrac{3\sqrt{2}}{2\cdot\dfrac{1}{\sqrt{3}}}=\boldsymbol{\dfrac{3\sqrt{6}}{2}}$

△ABCで正弦定理より　$\dfrac{\sqrt{6}}{\sin\angle CAB}=2R=3\sqrt{6}$　　ゆえに　$\sin\angle CAB=\boldsymbol{\dfrac{1}{3}}$

△ABCで正弦定理より　$\dfrac{2}{\sin\angle ACB}=3\sqrt{6}$　　ゆえに　$\sin\angle ACB=\dfrac{2}{3\sqrt{6}}=\boldsymbol{\dfrac{\sqrt{6}}{9}}$

$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\cdot2\cdot\sqrt{6}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\boldsymbol{\sqrt{2}}$

ここで，直角三角形BCHについて

$CH=BC\cdot\cos\angle ACB=\sqrt{6}\cdot\sqrt{1-\dfrac{6}{81}}=\sqrt{6}\cdot\dfrac{5\sqrt{3}}{9}=\boldsymbol{\dfrac{5\sqrt{2}}{3}}$

よって　$AH=AC-CH=3\sqrt{2}-\dfrac{5\sqrt{2}}{3}=\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$,

$BH=BC\cdot\sin\angle ACB=\sqrt{6}\cdot\dfrac{\sqrt{6}}{9}=\dfrac{2}{3}$

ここで，$\angle ACB=\angle ADB$，$\angle DBC=\angle DAC$ より

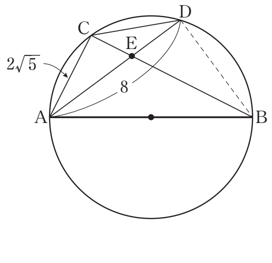
$\triangle HBC\backsim\triangle HAD$

よって　$BH:CH=AH:DH$　つまり　$\dfrac{2}{3}:\dfrac{5\sqrt{2}}{3}=\dfrac{4\sqrt{2}}{3}:DH$　$DH=\dfrac{20}{3}$

よって　$BD=BH+DH=\dfrac{2}{3}+\dfrac{20}{3}=\boldsymbol{\dfrac{22}{3}}$

四角形 $ABCD=\triangle ABC\cdot\dfrac{BD}{BH}=\sqrt{2}\cdot\dfrac{\dfrac{22}{3}}{\dfrac{2}{3}}=\boldsymbol{11\sqrt{2}}$

［2］ $\tan\angle CAD=\dfrac{1}{2}$ より　$\cos\angle CAD=\dfrac{2}{\sqrt{5}}=\boldsymbol{\dfrac{2\sqrt{5}}{5}}$　$\sin\angle CAD=\dfrac{1}{\sqrt{5}}$




△ADCで余弦定理より　$CD^2=64+20-2\cdot8\cdot2\sqrt{5}\cdot\dfrac{2}{\sqrt{5}}=20$

よって　$CD=\boldsymbol{2\sqrt{5}}=AC$

$\triangle ADC=\dfrac{1}{2}\cdot8\cdot2\sqrt{5}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{5}}=\boldsymbol{8}$

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

△ACD で正弦定理より　$AB=\dfrac{CD}{\sin\angle CAD}=\dfrac{2\sqrt{5}}{\dfrac{1}{\sqrt{5}}}=\mathbf{10}$

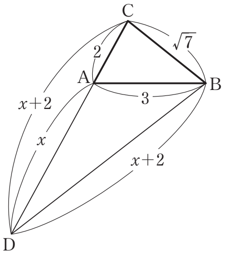
△ABD で三平方の定理より　$BD=\mathbf{6}$

△BDE で $\dfrac{DE}{BD}=\tan\angle DBE=\tan\angle CAD=\dfrac{1}{2}$　より　$DE=\dfrac{1}{2}\cdot BD=\mathbf{3}$

## 2

［1］　△ABC で余弦定理より　$\cos\angle BAC=\dfrac{4+9-7}{2\cdot2\cdot3}=\dfrac{1}{2}$　　ゆえに　$\angle BAC=\mathbf{60°}$

よって　$\cos\angle BAD=\mathbf{-\dfrac{1}{2}}$




AD=$x$ とすると，△ABD で余弦定理より

$(x+2)^2=x^2+9-2\cdot3\cdot x\cdot\left(-\dfrac{1}{2}\right)$　　ゆえに　$x=5$　　$AD=\mathbf{5}$

$\triangle ABD=\dfrac{1}{2}\cdot5\cdot3\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\mathbf{\dfrac{15\sqrt{3}}{4}}$

ここで，C から辺 AB に下ろした垂線の足を H とすると，

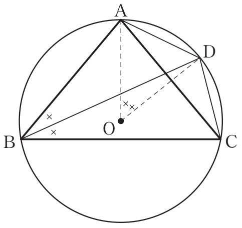
直角三角形 ACH で $\angle A=60°$ より　$AH=\mathbf{1}$，$CH=\mathbf{\sqrt{3}}$　　よって　$BH=2$

$\triangle AHE\backsim\triangle BHC$ より　EH : CH＝AH : BH

よって　EH : $\sqrt{3}$ =1 : 2　　ゆえに　$EH=\mathbf{\dfrac{\sqrt{3}}{2}}$

［2］　△ABC の外接円の半径を $R$ とすると，$R=4\sqrt{7}$

また，$\sin\angle ABC=\sqrt{1-\left(\dfrac{3}{4}\right)^2}=\mathbf{\dfrac{\sqrt{7}}{4}}$




正弦定理より　$\dfrac{AC}{\sin\angle ABC}=2R$ であるから

$AC=2R\cdot\sin\angle ABC=8\sqrt{7}\cdot\dfrac{\sqrt{7}}{4}=\mathbf{14}$

よって，△ABC は二等辺三角形である．ここで，BC の中点を M とすると

$BM=AB\cdot\cos\angle ABC=14\cdot\dfrac{3}{4}=\dfrac{21}{2}$　　ゆえに　$BC=2BM=\mathbf{21}$

ここで，$\angle ABC=\angle AOD$ より，三角形 AOD で余弦定理を適用して

$AD^2=R^2+R^2-2\cdot R\cdot R\cdot\dfrac{3}{4}=\dfrac{1}{2}R^2$　　よって　$AD=\dfrac{R}{\sqrt{2}}=\mathbf{2\sqrt{14}}$

また，$\angle ABD=\angle CBD$ より　$AD=CD=2\sqrt{14}$ であり，

内接四角形の性質から　$\sin\angle ADC=\sin\angle ABC=\mathbf{\dfrac{\sqrt{7}}{4}}$ である．

よって　$\triangle ACD=\dfrac{1}{2}\cdot AD\cdot CD\cdot\sin\angle ABC=\dfrac{1}{2}\cdot2\sqrt{14}\cdot2\sqrt{14}\cdot\dfrac{\sqrt{7}}{4}=\mathbf{7\sqrt{7}}$



ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

**3** (1) △ACH において，$AH = AC \cdot \cos\angle BAC = 10 \cdot \dfrac{4}{5} = 8$

よって　$CH = \mathbf{6}$

$BH=2$ であるから　△CBH で三平方の定理より

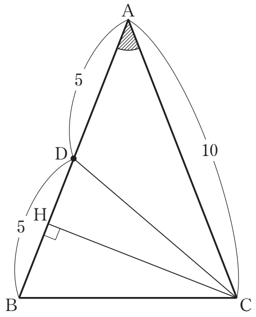
$BC = \sqrt{4+36} = \mathbf{2\sqrt{10}}$

また，$DH=3$ であるから △CDH で三平方の定理より

$CD = \sqrt{9+36} = \mathbf{3\sqrt{5}}$

△BCD で余弦定理より　$\cos\angle BCD = \dfrac{40+45-25}{2\cdot 2\sqrt{10}\cdot 3\sqrt{5}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

ゆえに　$\angle BCD = \mathbf{45^\circ}$



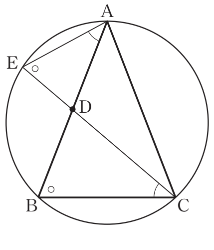

(2) △ADE ∽ △**CDB** より

$AD : CD = AE : CB$　　つまり　$5 : 3\sqrt{5} = AE : 2\sqrt{10}$

よって　$AE = \mathbf{\dfrac{10\sqrt{2}}{3}}$

また　$\angle EAD = \angle BCD = 45^\circ$ より

$\triangle ADE = \dfrac{1}{2}\cdot 5 \cdot \dfrac{10\sqrt{2}}{3}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{2}} = \mathbf{\dfrac{25}{3}}$




ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

# 第３講　数と式，データの分析，論理と集合

## 【CHECK & UP】

**1** (1) $2(x-1)^2<3$ より

$(x-1)^2<\frac{3}{2}$　　$-\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}<x-1<\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

ゆえに　$\boldsymbol{\frac{2-\sqrt{6}}{2}<x<\frac{2+\sqrt{6}}{2}}$

> 展開して解の公式を使って解いた人もいると思う．何の考えもなしに展開するのは避け，形の特徴をつかむ訓練を．

(2) $-1<x^2-6x+7$　より　$x^2-6x+8>0$　　$(x-2)(x-4)>0$

ゆえに　$x<2,\ 4<x$　……①

$x^2-6x+7\leqq 0$　より　$3-\sqrt{2}\leqq x\leqq 3+\sqrt{2}$　……②

①と②の共通部分をとって

$\boldsymbol{3-\sqrt{2}\leqq x<2,\ 4<x\leqq 3+\sqrt{2}}$

**2** (1) $|x-\alpha|<3$　より　$-3<x-\alpha<3$

ゆえに　$\boldsymbol{\alpha-3<x<\alpha+3}$

> $\alpha>0$ のとき
> $|x|=\alpha \iff x=-\alpha,\ \alpha$
> $|x|<\alpha \iff -\alpha<x<\alpha$
> $|x|>\alpha \iff x<-\alpha,\ \alpha<x$

(2) $x<\frac{4}{3}$ のとき

$-(3x-4)=-2(x-1)^2+7$

$2x^2-7x-1=0$　　よって　$x=\frac{7\pm\sqrt{49+8}}{4}=\frac{7\pm\sqrt{57}}{4}$

$x<\frac{4}{3}$ より　$x=\frac{7-\sqrt{57}}{4}$

$x\geqq\frac{4}{3}$ のとき

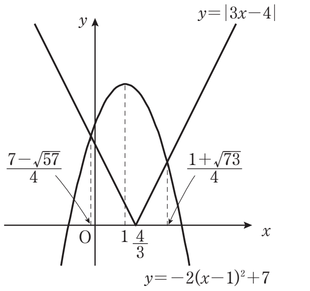
$3x-4=-2(x-1)^2+7$

$2x^2-x-9=0$　　よって　$x=\frac{1\pm\sqrt{1+72}}{4}=\frac{1\pm\sqrt{73}}{4}$

$x\geqq\frac{4}{3}$ より　$x=\frac{1+\sqrt{73}}{4}$

以上より，求める解は　$\boldsymbol{x=\frac{7-\sqrt{57}}{4},\ \frac{1+\sqrt{73}}{4}}$

> 絶対値の場合分けの際に設定した範囲に解が含まれているか検証が必要．
> ちなみに今回の問題の場合は
> $y=|3x-4|$ と
> $y=-2(x-1)^2+7$ のグラフの交点を考えることで出すこともできる．




**3** (1) $|x|=2$　より　$x=-2,\ 2$　　$x^2-4x+4=0$　より　$x=2$

よって，十分性は偽（反例は $x=-2$），必要性は明らかに真　　ゆえに　**②**

(2) $f(x)=x^2-ax-b$ とおくと，2 次方程式 $x^2-ax-b=0$ が正と負の解をもつことは，$f(0)<0$　つまり　$-b<0$ より $b>0$ であることと同値である．　ゆえに　**①**

(3) $ab>a+b$ より　$ab-a-b>0$

$(a-1)(b-1)-1>0$

よって　$(a-1)(b-1)>1$

> 「整数問題」によく見られる変形．形の特徴を覚えておこう．

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

十分性について，$a>2$，$b>2$ のとき　$a-1>1$，$b-1>1$

よって　$(a-1)(b-1)>1$ より真．

必要性については偽（反例は $a=-1$，$b=-1$）

ゆえに　③

(4)　$x$，$y$ が実数のとき $x^3=y^3$ は $x=y$ と同値である．

十分性については偽（反例は $x=1$，$y=-1$）

必要性については明らかに真．　　ゆえに　②

> 必要性については，「反例の作りようがない」ということがわかる．また，十分性については「積極的に」反例を作りにいった．特に正負・大小関係の反例は「マイナス」に多く見られる．

(5)　$2x^2-4x+1<0$ より　$\dfrac{2-\sqrt{2}}{2}<x<\dfrac{2+\sqrt{2}}{2}$

また，$f(x)=2x^2-4x+1$ のグラフは右の通り．

$(x-3)(x-2)(x+2)>0$ の解は

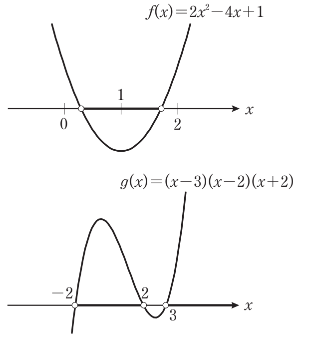
$g(x)=(x-3)(x-2)(x+2)$ のグラフより

$-2<x<2$，$3<x$

よって２つのグラフより十分性は明らかに真であり，

必要性は偽（反例は $x=-1$）である．

ゆえに　③




> このように数Ⅱの知識を利用しグラフで包含関係を視覚化すると楽になる問題もある．

(6)　十分性は明らかに真．

必要性「$m+n$ と $mn$ がともに５の倍数であるならば $m$ と $n$ がともに５の倍数である」について調べる．

$m$，$n$ が自然数であり，その積 $mn$ が５の倍数であるならば

$m$，$n$ の少なくとも片方は５の倍数である．

ここで $m$，$n$ の一方が５の倍数，もう一方が５の倍数でないとすると

$m+n$ は５の倍数ではなくなり矛盾する．よって，$m$ と $n$ はともに５の倍数であり，

必要性は真である．

ゆえに　①

**4**　(1)　９人の点数を小さい順に並べると 3，4，5，5，5，6，7，9，10

よって，中央値は　**5点**

第１四分位数は $\dfrac{4+5}{2}=\mathbf{4.5}$（点）

第３四分位数は $\dfrac{7+9}{2}=8$（点）

> データを小さい順に左から並べたとき，データの個数が
> 奇数 → 中央値はちょうど中央にある値
> 偶数 → 中央値は中央の２つの値の「平均」である．
> そのデータを，中央値を「含まず」に左右２つに分けたとき，
> 第１四分位数は，左半分のデータの中央値
> 第３四分位数は，右半分のデータの中央値　　である．

平均値は

$$\frac{1}{9}(3+4+5+5+5+6+7+9+10)=\frac{1}{9}\cdot 54=\mathbf{6}\ (\text{点})$$

> 平均値＝$\dfrac{\text{総和}}{\text{個数}}$
> ⇔ 総和＝平均値×個数

(2)　求める生徒の点数を $x$ 点とすると，$x+54=6.2\times 10$ より

$x=8$　　よって　８点

ⒸRECRUIT HOLDINGS



本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

9 人の点数を小さい順に並べると 3，4，5，5，5，6，7，8，9，10

中央値は $\dfrac{5+6}{2}=\mathbf{5.5}$ (点)　第 1 四分位数は **5** 点　第 3 四分位数は **8** 点

(3) 分散は(偏差)$^2$ の平均値である．

よって右表より **4.56**

(別解)

10 人の点数をそれぞれ 2 乗したものの和は

$9+16+25+25+25+36+49+64+81+100=430$ より

その平均は $430\div10=43.0$

よって求める分散は $43.0-6.2^2=43.0-38.44=4.56$

| | 点数 | 偏差 | (偏差)$^2$ |
|---|---|---|---|
| | 3 | −3.2 | 10.24 |
| | 4 | −2.2 | 4.84 |
| | 5 | −1.2 | 1.44 |
| | 5 | −1.2 | 1.44 |
| | 5 | −1.2 | 1.44 |
| | 6 | −0.2 | 0.04 |
| | 7 | 0.8 | 0.64 |
| | 8 | 1.8 | 3.24 |
| | 9 | 2.8 | 7.84 |
| | 10 | 3.8 | 14.44 |
| 合計 | 62.0 | | 45.6 |
| 平均 | 6.2 | | 4.56 |

> 各データの値 $x$ と，平均値 $\overline{x}$ の差 $x-\overline{x}$ を「偏差」という．この偏差の値を２乗したものは正であり，そのデータが平均値と離れれば離れるほど大きくなる．この(偏差)$^2$ の平均値が「分散」である．
> また分散は，公式 ($x$ の分散)=($x^2$ の平均値)−($x$ の平均値)$^2$ を用いて求めることができる．平均値が整数でない場合，偏差や(偏差)$^2$ の計算に時間がかかるため，この公式が有用である．
> また，$\sqrt{分散}$ の値を「標準偏差」という．

**5** (1) $(x,\ y)=(-12,\ 5)$ のとき $z=17$　よって $(x,\ z)=(-12,\ 17)$

よって①か②に限られる．

また，②において $(x,\ z)=(15,\ 16)$ のとき，$y=31$

これはもとの図には存在しない．

したがって適切なものは①である．

(2) (1)の①の図より，右下がりに分布しているので負の相関があるといえ，また最低気温が低い月ほど寒暖の差が大きいといえる．　よって ③

> ２つ変量 $x, y$ の相関関係を，その値の組を座標 $(x, y)$ とする座標平面に表したものを「散布図 (相関図)」という．散布図を選ぶ問題では，特殊な点(データの値が大きい(小さい)など)に注目するとよい．
> またその図のイメージについて
> 　右上がりの直線 →「正の相関(関係)」がある　　右下がりの直線 →「負の相関(関係)」がある
> 　どちらともいえない →「相関関係がない」
> といえる．「相関係数」については講義問題にて．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

**【講義問題　解答例】** ※記述式における模範解答ではありません．授業を補完するものです．

1 ⑴　$|2x+1|\leqq 3$ より　$-3\leqq 2x+1\leqq 3$　$-4\leqq 2x\leqq 2$　　ゆえに $\mathbf{-2\leqq x\leqq 1}$

⑵　$|2x+1|\leqq a$ より　$-a\leqq 2x+1\leqq a$　　$-1-a\leqq 2x\leqq -1+a$

ゆえに $\dfrac{\mathbf{-1-a}}{\mathbf{2}}\leqq x\leqq \dfrac{-1+a}{2}$

⑶　⑵より，$-\dfrac{1}{2}+\left(-\dfrac{1}{2}\right)a\leqq x\leqq -\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}a$

$a=3$ のとき⑴より $N=\mathbf{4}$

$a$ が自然数であることより，これ以降 $a$ が 2 増加するごとに $N$ は 2 増加する．

$N$ が初めて 4 より大きくなる，すなわち 6 になるのは $a=3+2=\mathbf{5}$ のときである．

2 ［1］⑴　Ⅰ班の数学の得点の平均点は

$\dfrac{40+63+59+35+43}{5}=\dfrac{240}{5}=\mathbf{48.0}$（点）

クラス全体の数学の得点の合計について

$240+\mathrm{A}+51+57+32+34=45.0\times 10$　より $\mathrm{A}=\mathbf{36}$（点）

⑵　英語の得点を，B を除いて小さい順に並べると

36，43，46，48，50，55，64，65，71

である．よって英語の得点の中央値 $M$ について

$\mathrm{B}\leqq 48$ のとき　　$M=\dfrac{48+50}{2}=49$

$49\leqq B\leqq 54$ のとき　　$M=\dfrac{\mathrm{B}+50}{2}=$（6 通り）

$\mathrm{B}\geqq 55$ のとき $\dfrac{50+55}{2}=52.5$　　以上より $M$ の値は $1+6+1=8$（通り）

$\mathrm{C}=54.0$ のとき　クラス全体英語の得点の合計について

$43+55+\mathrm{B}+64+36+48+46+71+65+50=54.0\times 10$　より　$\mathrm{B}=\mathbf{62}$（点）

このとき $M=\mathbf{52.5}$（点）

［2］⑴　$x$ の平均 $\overline{x}$ について　　$\overline{x}=\dfrac{3+4+5+4+4}{5}=4$

よって $x$ の分散 ${s_x}^2$ は

${s_x}^2=\dfrac{(3-4)^2+(4-4)^2+(5-4)^2+(4-4)^2+(4-4)^2}{5}=\dfrac{2}{5}=\mathbf{0.4}$

⑵　$y$ の平均 $\overline{y}$ について　　$\overline{y}=\dfrac{7+9+10+8+6}{5}=8$

変量 $t$ を $t=y-a$ で定めると，$t$ の平均 $\overline{t}$ は $\overline{y}$ より $a$ だけ小さくなる．

よって，$\overline{t}=0$ となるのは　$a=8$ のときである．

⑶　$y$ の分散 ${s_y}^2$ について



ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

$$s_y^2=\frac{(7-8)^2+(9-8)^2+(10-8)^2+(8-8)^2+(6-8)^2}{5}=2$$

変量 $u$ を $u=by(b>0)$ で定めると, $u$ の分散 ${s_u}^2$ について ${s_u}^2=b^2{s_y}^2$ が成り立つ.

よって, ${s_u}^2={s_x}^2$ となるのは　$\frac{2}{5}=b^2\cdot2$　より　$b^2=\frac{1}{5}$

$b>0$ より　$b=\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$ のときである。

(4)　変量 $x$ と変量 $y$ の共分散 $s_{xy}$ について

$$s_{xy}=\frac{(-1)\cdot(-1)+0\cdot1+1\cdot2+0\cdot0+0\cdot(-2)}{5}=\frac{3}{5}$$

よって, $x$ と $y$ の相関関数 $r=\frac{s_{xy}}{s_xs_y}$ について

$$r^2=\frac{{s_{xy}}^2}{{s_x}^2{s_y}^2}=\frac{\left(\frac{3}{5}\right)^2}{\frac{2}{5}\cdot2}=\frac{9}{20}=\mathbf{0.45}$$

また, 変量 $x$ と変量 $u=\frac{\sqrt{5}}{5}y$ の共分散 $s_{xu}$ について　$s_{xu}=\frac{\sqrt{5}}{5}s_{xy}$　より

したがって, $x$ と $u$ の相関係数　$r'=\frac{s_{xu}}{s_xs_u}$　について

$$(r')^2=\frac{{s_{xu}}^2}{{s_x}^2{s_u}^2}=\frac{\left(\frac{\sqrt{5}}{5}s_{xy}\right)^2}{{s_x}^2\cdot\left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^2{s_y}^2}=\frac{{s_{xy}}^2}{{s_x}^2{s_y}^2}=r^2=\mathbf{0.45}$$

**3**　自然数 $n$ に関して

条件 $p$：$n$ は5で割ると1余る数（$n$=1, 6, 11, 16, 21, ……）
条件 $q$：$n$ は10で割ると1余る数（$n$=1, 11, 21, 31, 41, ……）
条件 $r$：$n$ は奇数（$n$=1, 3, 5, 7, 9, ……）
条件 $s$：$n$ は2より大きい素数（$n$=3, 5, 7, 11, 13, ……）

「$p$ かつ $r$」は $p$ を満たす $n$ のうち奇数を取り出したもの（$n$=1, 11, 21, 31, 41, ……）
数字の規則性（10ずつ増加）より, これは $q$ と同値である.
よって,「$p$ かつ $r$」は $q$ であるための必要十分条件　　ゆえに　⓪

条件 $s$ は, $n$ は「2より大きい素数」であり, これらはすべて「奇数」である.
よって, $s$ ならば $r$ は明らかに真. つまり $\overline{r}$ ならば $\overline{s}$ が真.
また, $r$ ならば $s$ は偽（反例：$n$=1). つまり $\overline{s}$ ならば $\overline{r}$ は偽.

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

ゆえに，$\overline{r}$ は $\overline{s}$ であるための十分条件　ゆえに　②
「$p$ かつ $s$」は $p$ を満たす $n$ のうち素数を取り出したもの．
つまり $p$ を満たす $n$ のうち偶数が除かれ，さらに素数だけ取り出したもの．
上の結果より，すなわち「$q$ かつ $s$」と同値である．
ゆえに「$p$ かつ $s$」は「$q$ かつ $s$」であるための必要十分条件　ゆえに　⓪

④～⑦の集合図において，$P$ と $R$ の関係に注目するとすべて同じ（$p$ は $r$ の必要条件でも十分条件でもない）．
また，上の結果より $s$ は $r$ であるための十分条件であることより，$S$ は $R$ に含まれる．
よって，⑤か⑥に限られる．
さらに，$p$ と $s$ には共通部分が少なくとも１つ（$n=11$）存在するので，
$P$，$R$，$S$ の関係を表す図は⑤である．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

# 第４講　場合の数・確率

## 【CHECK & UP】

1　くじの引き方は全部で　${}_{12}C_3=\dfrac{12\cdot 11\cdot 10}{3\cdot 2\cdot 1}=2\cdot 11\cdot 10$（通り）ある.

> １回完結型の確率はまず確率の「分母」を計算する．特に数値が大きい場合は「約分」を見据えて「積の形」で留めておく．分子もまったく同じ．

(1)　求める事象の「余事象」は「３本ともはずれ」である.

それは　${}_7C_3=\dfrac{7\cdot 6\cdot 5}{3\cdot 2\cdot 1}=7\cdot 5$（通り）である.

よって，求める確率は　$1-\dfrac{{}_7C_3}{{}_{12}C_3}=1-\dfrac{7}{2\cdot 11\cdot 2}=\mathbf{\dfrac{37}{44}}$

(2)　求める事象は，「２等を２本」または「２等を３本」引くことである.

よって，求める確率は　$\dfrac{{}_4C_2\cdot {}_8C_1+{}_4C_3}{{}_{12}C_3}=\dfrac{6\cdot 8+4}{2\cdot 11\cdot 10}=\dfrac{3\cdot 4+1}{11\cdot 5}=\mathbf{\dfrac{13}{55}}$

2　[1]　１回ごとに表が出る確率，裏が出る確率はともに $\dfrac{1}{2}$ である.

(1)　３回投げたとき，表が１回だけ出るのは

表が出る回を選ぶ　${}_3C_1=3$（通り）ある.

> 反復試行においては，「何が」「何回」「どういう順番」で起こったのかが大切である．特に「何が」が２択の場合は，どちらかのみに注目して決めることも可能である．ちなみに「反復試行の公式」なるものは存在しない．

よって，求める確率は　$3\cdot\left(\dfrac{1}{2}\right)^1\left(\dfrac{1}{2}\right)^2=\mathbf{\dfrac{3}{8}}$

表が少なくとも１回出ることの余事象は，すべて裏が出ることである.

よって，求める確率は　$1-\left(\dfrac{1}{2}\right)^3=\mathbf{\dfrac{7}{8}}$

(2)　表が出ることを○，裏が出ることを×と表し，△は表または裏が出たことを表す.

４回投げたとき，表が連続して２回以上出るのは

連続がどこで始まったかで場合分けして

> 「連続が『初めて』始まった回」で場合分けするとそれらがすべて「排反」となる．
> ４回の場合は，連続が途切れると再び連続することはない．
>
> ちなみに４回程度の試行であれば「樹形図」を書くのも有効であろう．

１回目から　→　○○△△　　その確率は　$\left(\dfrac{1}{2}\right)^2\cdot 1^2=\dfrac{1}{4}$

２回目から　→　×○○△　　その確率は　$\dfrac{1}{2}\cdot\left(\dfrac{1}{2}\right)^2\cdot 1=\dfrac{1}{8}$

３回目から　→　△×○○　　その確率は　$1\cdot\dfrac{1}{2}\cdot\left(\dfrac{1}{2}\right)^2=\dfrac{1}{8}$

よって，求める確率は　$\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{8}+\dfrac{1}{8}=\dfrac{4}{8}=\mathbf{\dfrac{1}{2}}$

[2]　(1)　得点が最小となるのは，３回連続して１が出て終了したとき．その得点は３点である.

得点が最大となるのは，１～６までの目がすべて２回ずつ出て，最後に６が出たときで，

その得点は　$(1+2+3+4+5+6)\times 2+6=\mathbf{48}$（点）である.

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

(2) 4回投げて終了するのは，3回目までにある特定の目が2回のみ出て，その目が4回目に出て終了するときである．
その目の選び方が $_6C_1=6$ (通り)．
1回だけ出る異なる目の選び方が5通り．
3回目までの目の出方が $_3C_1=3$（通り）
よって，求める確率は

$$6\cdot5\cdot3\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^2\left(\frac{1}{6}\right)\times\frac{1}{6}=\frac{\mathbf{5}}{\mathbf{72}}$$

1～3回のうち，1回だけ異なる目が出ている．その回を選ぶ．

「終了条件」に関する問題である．終了条件を満たさなければ永遠に続くパターンと，やがて終了条件を必ず満たして終了するパターンに分かれる．センター試験では後者が多く見られる．
いずれにしても「終了条件を満たした」，すなわち「最終回の試行」はその前の試行とは切り離そう．

**3** A，Bが2個取り出す場合の数はともに $_5C_2=\frac{5\cdot4}{2\cdot1}=10$（通り）

(1) 取り出した4個がすべて黒玉であるのは，A，Bともに黒玉を2個取り出したときである．
Aが黒玉を2個取り出すのは $_3C_2=3$（通り）あり，Bの場合は1通りである．
よって，求める確率は $\frac{3}{10}\times\frac{1}{10}=\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{100}}$

(2) 取り出した4個のうち，黒玉が2個であるのは次の場合．

・Aが黒玉2個，Bが黒玉0個のとき　その確率は $\frac{3}{10}\times\frac{_3C_2}{10}=\frac{9}{100}$

・A，Bがともに黒玉1個のとき　その確率は $\frac{_3C_1\cdot{}_2C_1}{10}\times\frac{_2C_1\cdot{}_3C_1}{10}=\frac{36}{100}$

・Aが黒玉0個，Bが黒玉2個のとき　その確率は $\frac{1}{10}\times\frac{1}{10}=\frac{1}{100}$

よって，黒玉が2個である確率は $\frac{9+36+1}{100}=\frac{46}{100}$

取り出した4個のうち，黒玉が0個であるのは，A，Bともに白玉を2個取り出したときであり，その確率は $\frac{1}{10}\times\frac{_3C_2}{10}=\frac{3}{100}$

取り出した4個がすべて黒玉である確率は(1)より $\frac{3}{100}$

よって，Aが勝つ確率は $\frac{3+46+3}{100}=\frac{52}{100}=\frac{\mathbf{13}}{\mathbf{25}}$

登場する人数やものが増えると，起こりうる場合をすべて列挙するのに苦労するであろう．ポイントは題意を満たす事象を「排反に分ける」ことである．その方針はさまざまであるが，問題に誘導がある場合はそれに乗り切ることで自然と排反事象に分けることができる問題も存在する．過去問を通して学んでおこう．

**4** 異なる20枚から3枚のカードを取り出すのは $_{20}C_3=\frac{20\cdot19\cdot18}{3\cdot2\cdot1}=10\cdot19\cdot6$（通り）

(1) 3枚がすべて同じ番号となるとき
その番号の選び方が5通りであり，その番号についているカードの色の選び方が

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

${}_4C_3=4$（通り）である．よって，求める確率は　$\dfrac{5\times4}{10\cdot19\cdot6}=\mathbf{\dfrac{1}{57}}$

(2)　3枚とも色も番号も異なるとき

3枚の番号の選び方が ${}_5C_3=5\cdot2$（通り）

3枚の色の選び方が ${}_4C_3=4$ 通り

さらに，どの番号がどの色に対応するかの決め方が

$3!=3\cdot2$（通り）ある．

よって，求める確率は　$\dfrac{5\cdot2\times4\times3\cdot2}{10\cdot19\cdot6}=\mathbf{\dfrac{4}{19}}$

> 考えるべき「指標」が「色」と「番号」の2つある問題．問題の条件によって，まずは片方（一般的には「制限・制約がきつい方」）に注目して条件を満たすように決定し，そこで選んだものに対応する形としてもう一方を決定する．
> (2)は(1)に比べてプロセスが1つ増えている．問題文の条件が2つの指標の両方に関連するものであるため，それぞれを決定した後に色と番号を「結びつける」作業である．

(3)　3枚のうちに赤いカードがちょうど1枚含まれるとき

その赤いカードの選び方が5通りあり，残り2枚の選び方は，赤を除く15枚から2枚選ぶ　${}_{15}C_2=15\cdot7$（通り）

よって，求める確率は　$\dfrac{5\times15\cdot7}{10\cdot19\cdot6}=\mathbf{\dfrac{35}{76}}$

(4)　3枚のカードのうちに赤いカードがちょうど2枚含まれるという事象を $A$，番号が2種類であるという事象を $B$ とする．

$$P(A)=\frac{{}_5C_2\times{}_{15}C_1}{10\cdot19\cdot6}=\frac{5\cdot2\times15}{10\cdot19\cdot6}$$

$A$ かつ $B$ であるのは，2種類の番号の選び方 ${}_5C_2$ 通りに対し，赤いカードの番号がその2種類となり，残り1枚のカードの番号がその2種類のいずれか（2通り）のときである．

よって

$$P(A\cap \mathrm{B})=\frac{{}_5C_2\times1\times3\times2}{10\cdot19\cdot6}=\frac{5\cdot2\times3\times2}{10\cdot19\cdot6}$$

したがって，求める条件付き確率は

$$P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{5\cdot2\times3\times2}{5\cdot2\times15}=\mathbf{\frac{2}{5}}$$

> 2つの事象 $A$，$B$ について，事象 $A$ が起こるという条件の下で，事象 $B$ が起こる確率を，事象 $A$ が起こったときの事象 $B$ の起こる条件付き確率といい，
> $P_A(B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}$　で表す．
> 分子は $P(A\cap B)$ である．つまり事象Bを考えるとき，事象 $A$ の起こる条件も含めた形で考える必要があるので注意．

**5**　さいころを1回振ったとき，1から6のどの目が出る確率も $\dfrac{1}{6}$ である．

(1)　題意を満たすのは4，6の順に出たときの1通りのみである．

よって，求める確率は　$1\cdot\left(\dfrac{1}{6}\right)^2=\mathbf{\dfrac{1}{36}}$

(2)　題意を満たすのは次の通り．

・2回の出目の組合せが(1, 4)，(2, 3)のとき

これらの出目の順は任意より，それぞれ　$2!=2$（通り）

よって　$2\times2=4$（通り）

・6，1の順に出たとき．この順番は入れ替え不可である．よって1通り．

> 再び反復試行である．進み方の条件が特殊であるため，どの目が出たかの「組合せ」を考えつつ，それが入れ替え可能か（「順列」が必要か）について考える必要がある．それを(2)では明記した．



ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

以上より，求める確率は　$5\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^2=\frac{5}{36}$

(3)　題意を満たすのは次の通り．

・3 回の出目の組合せが (1，1，3)，(1，2，2) のとき

これらの出目の順は任意より，それぞれ $\frac{3!}{2!}=3$（通り）

よって　$2\times3=6$（通り）

・出目が順に 2−4−1，3−4−2 のとき

1，2 回目の出目の順は任意より，それぞれ $2!=2$（通り）

よって　$2\times2=4$（通り）

・出目が順に 3−3−1，4−4−3 のとき，2 通り．

・出目が順に以下のように出たとき

1−5−1，1−6−2，2−5−2，2−6−3，3−5−3，

3−6−4，4−5−4　→ 7 通り

・出目が順に以下のように出たとき

6−2−1，6−3−2，6−4−3，6−5−4，6−6−5　→ 5 通り

以上より，求める確率は　$24\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^3=\frac{1}{9}$

> １～３回目の出目の合計が５の場合は３つの出目の順列の分だけ題意を満たすものがある．
>
> １，２回目の出目の合計が５を越える場合で，かつ１，２回目ともに５未満の場合は，１，２回目の出目を入れ替えた（順列を考える）ものも題意を満たす．ただし，そのうち，１，２回目の出目が同じ場合は順列が１通り．
>
> １，２回目の出目の合計が５を越え，かつ１回目が５未満，２回目が５以上の場合は注意．それらを入れ替えたものが題意を満たさない，または題意を満たす３回目の出目が変化するからである．
>
> １回目が６の場合を丁寧に考えて終了．

**6**　2 個のさいころを 1 回振ったとき，すべての出目の出方は $6\times6=36$（通り）．

(1)　2 個のさいころの出目が同じとき．その出目は 6 通り．

よって求める確率は　$\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

(2)　2 個のさいころのうち，どちらかの出目が 1，もう一方が 2 ～ 6 である．

1 の目がどちらのさいころの目なのかで 2 通り，

もう一方の出目の決め方が 5 通り．

よって，求める確率は　$\frac{2\times5}{36}=\frac{5}{18}$

> 出目だけを決めて終わってはいないだろうか．確率の世界では原則として「同じものも区別する」．たとえまったく見た目に区別がつかないさいころであろうと，その２つの出目が異なるならば，その２つの出目がどちらのものなのか決定する必要がある．

(3)　1 回の試行で入れ替わるカードは多くて 2 枚．

よって，2 回の試行で 4 枚入れ替わるのは，1 回目の試行で 1 ～ 4 のうち 2 つの目が出て，2 回目の試行で 1 ～ 4 のうち 1 回目で出なかった 2 つの目が出たときである．

1 回目の出目の決め方が　${}_4C_2\times2!=12$（通り）

それに応じた 2 回目の出目の決め方が　$1\times2!=2$（通り）

よって，求める確率は　$\frac{12}{36}\times\frac{2}{36}=\frac{1}{54}$

> たとえば１回目の出目が１と３と決めると，２回目の出目は２と４と決まる．ただし (2) 同様，その出目がどちらのさいころのものかを決める必要がある．順列で決めた．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

(4)　2 回の試行後の 1，2，3 の並びで題意を満たすのは，この 3 数が順に 2−3−1，3−1−2 と並ぶとき．

(2, 3, 1) となるのは

・1 回目に 1 と 2 が出て，2 回目に 3 と 1 が出た場合
・1 回目に 1 と 3 が出て，2 回目に 2 と 3 が出た場合
・1 回目に 2 と 3 が出て，2 回目に 1 と 2 が出た場合

それぞれ　$2\times2=4$（通り）　合計 12 通りである．

(3, 1, 2) となるのは

・1 回目に 1 と 2 が出て，2 回目に 3 と 2 が出た場合
・1 回目に 1 と 3 が出て，2 回目に 2 と 1 が出た場合
・1 回目に 2 と 3 が出て，2 回目に 1 と 3 が出た場合

それぞれ　$2\times2=4$（通り）　合計 12 通りである．

以上より，求める確率は　$\dfrac{12}{36^2}\times2=\mathbf{\dfrac{1}{54}}$

はじめの位置と異なるカードが１，２，３のみであるため，２回の試行でこの３枚の間だけで「入れ替え」が起こった．そのプロセスをすべて列挙したのが左である．
「抜けなく」「もれなく」というのは言うほどやさしくないが，「固定」して決めていく（たとえば「まずは１が移動する場合を尽くそう」など）は,「樹形図」にも通じる考え方で有効.
ちなみに, 左の例では題意を満たす「結果」に基づく解答であるが，他にも２回の試行で最初の位置から場所が移動できるカードは最大で４枚分である．１，２，３は必ず移動していることに注目すると，１回目の試行で出る２つの目を１，２，３の中から選び，そこで選ばれなかった目と何が出れば題意を満たすかを考えると
・１回目に１と２が出て，２回目に３と「１または２」が出る
という場合分けとなる.

確率・場合の数の問題はここで挙げたように誘導がない「単発」の問題と，近年のセンター試験のように「誘導」「流れ」「プロセス」で進んでいく問題に分かれる．まず「単発」で解ける問題に触れることで，自分でその流れを作る鍛錬を積んでおこう．2006 年より前のセンター試験の過去問の演習を中心に据え，不足分を問題集などで補うとよいであろう．その上で，2006 年からの問題を順に進めていくと，小問が誘導になっていたり，問題に沿って解決していくというセンター試験特有の流れが身体に染み渡るであろう．解答集などを読み込んでおくとよい．流れに乗れなければ, 図形分野ほどではないにしても手痛いしっぺ返しをくらうことにもなりかねない．記述式で点数がとれる実力者が，センター試験においては点を取りきれない．その多くは「勝手な思い込みで自分の世界に入ってしまい，時間が不足する」ことに起因する．数学力を磨くと同時に，ぜひ「他人の言っていることの真意を理解し，それに従って実行するスキル」をセンター試験の学習を通じて磨いておこう．また，2014 年までに出題された「期待値」は数ⅠＡの範囲から除外されたので過去問に取り組むときは注意.

**【講義問題　解答例】**　※記述式における模範解答ではありません．授業を補完するものです．

1　(1)　1 が出て終了するのは，その前までの出目の合計が 3 となり，次に 1 が出た場合である．

合計が 3 になる出目は，順に 3，2−1，1−2，1−1−1 と出た場合．よって　4 通り

2 が出て終了するのは以下

・その前までの出目の合計が 3 となり，次に 2 が出た場合 → 上の結果より 4 通り．
・その前までの出目の合計が 2 となり，次に 2 が出た場合．
　合計が 2 になる出目は，順に 2．1−1 と出た場合の 2 通り．

よって，**6** 通り．

3 が出て終了するのは以下

・その前までの出目の合計が 3，2 となり，次に 3 が出た場合 → 6 通り
・その前（まで）の出目（の合計）が 1 となり，次に 3 が出た場合 → 1 通り
　よって，**7** 通り．


ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

4が出て終了するのは以下

・その前までの出目の合計が3，2，1となり，次に4が出た場合 → 7通り

・初回で4が出た場合 → 1通り

よって，8通り．

（5，6が出て終了する場合も同様に8通り）

(2) 1回で終了するのは，4，5，6が出た場合であり，その確率は $\frac{3}{6}=\mathbf{\frac{1}{2}}$

2回で終了するのは，順に次のように出た場合

・1－（3，4，5，6）　・2－（2，3，4，5，6）　・3－（1，2，3，4，5，6）

よって，求める確率は $\frac{1}{6}\times\left(\frac{4}{6}+\frac{5}{6}+\frac{6}{6}\right)=\frac{15}{36}=\mathbf{\frac{5}{12}}$

2回で終了し，かつ1が1回も出ないのは，順に

・2－(2，3，4，5，6)　・2－(2，3，4，5，6)　と出た場合で　10通り

したがって，求める条件付き確率は $\dfrac{\frac{10}{36}}{\frac{15}{36}}=\frac{10}{15}=\mathbf{\frac{2}{3}}$

終了するまでに投げる回数が最も多いのは**4**回である．

4回で終了するのは，順に1－1－1－（1，2，3，4，5，6）と出た場合であり，

その確率は $\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}\times\frac{6}{6}=\mathbf{\frac{1}{216}}$

**2**　5個の玉の取り出し方は　${}_{11}C_5=\frac{11\cdot10\cdot9\cdot8\cdot7}{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}=11\cdot3\cdot2\cdot7=\mathbf{462}$（通り）

(1) 0点，すなわち同じ数字がない5個の玉の取り出し方のうち，

・黒玉が含まれるのは，

それ以外の4個の数字の選び方が　${}_5C_4=5$（通り），色の選び方が　$2^4=16$（通り）

よって　$5\times16=\mathbf{80}$（通り）

・黒玉が含まれないのは，

5個の数字の選び方が1通り，色の選び方が $2^5=32$（通り）

よって　$1\times32=\mathbf{32}$（通り）

1点，すなわち同じ数字が1組，残りの3個の玉はすべてそれと異なる相異なる数字となる取り出し方のうち，

・黒玉が含まれるのは

それ以外の4個が，同じ数字1組，それと異なる相異なる数字の玉2個のとき

数字と色の選び方を考えて　$({}_5C_1\times1)\times({}_4C_2\times2^2)=\mathbf{120}$（通り）

・黒玉が含まれないのは

5個のうち，同じ数字1組，それと異なる相異なる数字の玉が3個のとき

数字と色の選び方を考えて　$({}_5C_1\times1)\times({}_4C_3\times2^3)=\mathbf{160}$（通り）



ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

(2)　(1)より得点が 1 点である場合の数は　120＋160＝280（通り）

得点が 2 点である場合の数は　462−(112＋280)＝70（通り）

よって，得点が 1 点である確率は　$\dfrac{280}{11\cdot 3\cdot 2\cdot 7}=\mathbf{\dfrac{20}{33}}$

2 点である確率は　$\dfrac{70}{11\cdot 3\cdot 2\cdot 7}=\mathbf{\dfrac{5}{33}}$

また，得点が 2 点であり，かつ黒玉が含まれているのは，

5 個の球のうち，黒玉を除く 4 個の玉が，同じ数字の 2 組である場合である．

その数字の選び方を考えて　${}_5C_2=10$（通り）

よって，得点が 2 点であり，かつ黒球が含まれていないのは　70−10＝60（通り）

したがって，求める条件付き確率は　$\dfrac{\dfrac{60}{11\cdot 3\cdot 2\cdot 7}}{\dfrac{70}{11\cdot 3\cdot 2\cdot 7}}=\dfrac{60}{70}=\mathbf{\dfrac{6}{7}}$

**3**　5 枚のカードの取り出し方は　${}_9C_5=\dfrac{9\cdot 8\cdot 7\cdot 6}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}=\mathbf{126}$（通り）

(1)　5 が含まれるとき，残り 4 枚を残り 8 枚から選ぶ　${}_8C_4=\mathbf{70}$（通り）ある．

5 が含まれないとき　126−70＝**56**（通り）ある．

(2)　得点が 0 点となるのは，5 が含まれない場合である．よって，その確率は　$\dfrac{56}{126}=\mathbf{\dfrac{4}{9}}$

得点が 1 点となるのは，5 が小さい方から 1 番目にあるときである．

残り 4 枚を 6，7，8，9 の 4 枚から選び，小さい順に並べる方法は ${}_4C_4=1$（通り）

よって，その確率は　$\mathbf{\dfrac{1}{126}}$

得点が 2 点となるのは，5 が小さい方から 2 番目にあるときである．

5 より小さい数を 1，2，3，4 から 1 枚選び，5 より大きい数を 6，7，8，9 から 3 枚選んで，小さい順に並べる．

その確率は　$\dfrac{{}_4C_1\times{}_4C_3\cdot 1}{126}=\dfrac{16}{126}=\mathbf{\dfrac{8}{63}}$

得点が 3 点となるのは，5 が小さい方から 3 番目，つまり，ちょうど中央にあるときである．

5 より小さい数を 1，2，3，4 の 4 枚から 2 枚選び，小さい順に並べ，

5 より大きい数を 6，7，8，9 の 4 枚から 2 枚選び，小さい順に並べる．

その確率は　$\dfrac{{}_4C_2\cdot 1\times{}_4C_2\cdot 1}{126}=\dfrac{36}{126}=\mathbf{\dfrac{2}{7}}$

取り出した 5 枚のカードの中に 5 と書かれたカードがあることの余事象は，得点が 0 点であることより，その確率は　$1-\dfrac{4}{9}=\dfrac{5}{9}=\dfrac{70}{126}$

また，5 より小さいカードと大きいカードの枚数の対称性を考えることにより



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

得点が 4 点になる確率は，2 点になる確率と同じであり，
得点が 5 点になる確率は，1 点になる確率と同じである．

よって，得点が 4 点以上になる確率は　$\dfrac{16}{126}+\dfrac{1}{126}=\dfrac{17}{126}$

したがって，求める条件付き確率は　$\dfrac{\dfrac{17}{126}}{\dfrac{70}{126}}=\mathbf{\dfrac{17}{70}}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

# 第５講　整数の性質

## 【CHECK & UP】

**1**

［1］（1）$24=2^3\cdot3$　$42=2\cdot3\cdot7$　より

最大公約数は $G=2\cdot3=\mathbf{6}$

最小公倍数は $L=2^3\cdot3\cdot7=\mathbf{168}$

（2）$24=4G$，$42=7G$　より，$a=4$，$b=7$

よって，$a$，$b$ の最小公倍数は $g=4\cdot7=\mathbf{28}$

（3）$\boldsymbol{L=Gg}$

> ２数 $a$，$b$ の最大公約数を $G$，最小公倍数を $L$ とするとき，$a=Ga'$，$b=Gb'$ とおくと
> ・$a'$，$b'$ は互いに素
> ・$L=Ga'b'$
> である．２数 $a'$，$b'$ のとき，その最小公倍数は積 $a'b'$ と等しい．この値を $g$ とおくと
> 　$L=Gg$ と表される．

［2］（1）$150=2\cdot3\cdot5^2$　$270=2\cdot3^3\cdot5$　$630=2\cdot3^2\cdot5\cdot7$　より

最大公約数は $G=2\cdot3\cdot5=\mathbf{30}$

最小公倍数は $L=2\cdot3^3\cdot5^2\cdot7=\mathbf{9450}$

（2）$150=5G$，$270=9G$，$630=21G$ より，

$a=5$，$b=9=3^2$，$c=3\cdot7$

よって $a$，$b$，$c$ の最小公倍数は

$g=3^2\cdot5\cdot7=\mathbf{315}$

（3）$\boldsymbol{L=Gg}$

> ３数 $a$，$b$，$c$ の最大公約数を $G$，最小公倍数を $L$ とするときは，
> ・$a'$，$b'$，$c'$ は互いに素
> であるが，
> ・$L=Ga'b'c'$ は成り立たない．$a'$，$b'$，$c'$ が互いに素であっても，その最小公倍数は積 $a'b'c'$ とイコールではないことに注意．

**2**

（1）$3x-5y=1$　……①　$3\cdot2-5\cdot1=1$　……② について

①－②より　$3(x-2)-5(y-1)=0$

よって　$\boldsymbol{3(x-2)=5(y-1)}$　……③

（2）3，5 の最大公約数が 1 であることから

③より　$x-2=5k$（$k$ は整数）と表される．

よって　$x=5k+2$

このとき③より　$3\cdot5k=5(y-1)$　$3k=y-1$

よって　$y=3k+1$

したがって①を満たす整数解は

$\boldsymbol{x=5k+2}$，$\boldsymbol{y=3k+1}$（$k$ は整数）

> $x$，$y$ に関する１次不定方程式の代表的な解法の１つである．
> 不定方程式を満たす解の１つ（特殊解）をみつけ，それを代入した式を作り，元の不定方程式との差をとると，$x$，$y$ の係数でくくることができる．それを両辺に散らすことで，（○の倍数）＝（□の倍数）の形となる．
> ○と□が互いに素（最大公約数が 1）であることを利用することで，$x$，$y$ が整数を表す文字で表現される．

**3**

（1）①　（2）②

（3）①　（4）②

（5）②　（6）①

> ２つの整数の演算について
> ・積が偶数 ⇔ 少なくともどちらかが偶数
> ・積が奇数 ⇔ ともに奇数
> ・和（差）が偶数 ⇔ ともに偶数またはともに奇数
> ・和（差）が奇数 ⇔ 一方が偶数，もう一方が奇数

**4**

（1）$(a,\ b)=\mathbf{(1,\ 4),\ (2,\ 2),\ (4,\ 1),\ (-1,\ -4),\ (-2,\ -2),\ (-4,\ -1)}$

（2）$(a,\ b)=\mathbf{(1,\ 4),\ (2,\ 2),\ (4,\ 1)}$

（3）$(a,\ b)=\mathbf{(4,\ 1),\ (-1,\ -4)}$

> ２整数の積が一定値のとき，その２整数の組合せは有限である．条件に合う組合せについて，その積の値の「約数」から列挙することができる．



ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

**【講義問題　解答例】** ※記述式における模範解答ではありません．授業を補完するものです．

1

［1］　1から100までの100個の自然数のうち

2で割り切れるものの個数は $100\div2=50$　より **50** 個

$4=2^2$ より4は2で **2** 回割り切れる．

$2^2$ で割り切れるものの個数は $100\div4=25$　より **25** 個

$2^3$ で割り切れるものの個数は $100\div8=12$ あまり4　より12個

$2^4$ で割り切れるものの個数は $100\div16=6$ あまり4　より6個

$2^5$ で割り切れるものの個数は $100\div32=3$ あまり4　より3個

$2^6$ で割り切れるものの個数は $100\div64=1$ あまり36　より1個

したがって，$P$ は2で $50+25+12+6+3+1=$ **97** 回割り切れる．

また，1から100までの100個の自然数のうち

5で割り切れるものの個数は $100\div5=20$　より20個

$5^2$ で割り切れるものの個数は $100\div25=4$　より4個

したがって，$P$ は5で $20+4=24$ 回割り切れる．

$10=2\times5$ より $P$ は10で24回割り切れる．

したがって $P$ の末尾には0が連続して **24** 個並ぶことがわかる．

［2］　12と30の最大公約数は **6**　　最小公倍数は **60**

$G=6$ とおくと，$12=\mathbf{2}G$，$30=\mathbf{5}G$ と表される．

2と5の最大公約数は **1**　　最小公倍数は **10**

よって $l=10$ とおくと，12と30の最小公倍数60は，$G$ と $l$ の積を用いて

$Gl=60$　と表される．

3つの自然数 $a$，$b$，$c(a<b<c)$ について，

$a$，$b$，$c$ の最大公約数が12，最小公倍数が216のとき．

$a=12a'$，$b=12b'$，$c=12c'$ とおくと，$a'$，$b'$，$c'$ の最大公約数は **1**

ここで $a'$，$b'$，$c'$ の最小公倍数を $m$ とすると，$a$，$b$，$c$ の最小公倍数が216であることから

$12m=216$ より　$m=$ **18** であることがわかる．

$a'$，$b'$，$c'$ は $m$ の約数であり，$a'<b'<c'$，$a'$，$b'$，$c'$ の最大公約数は1であることから

$c'$ の値は **9** または **18** に限られる．

$c'=9$ のとき，$(a',\ b',\ c')=(1,\ 2,\ 9),\ (1,\ 6,\ 9),\ (2,\ 3,\ 9),\ (2,\ 6,\ 9)$ の4組

したがって，$(a,\ b,\ c)$ の組は **4** 組である．

2

［1］　$N=4x+2=9y+8$　より $4x-9y=$ **6**　……①

①を変形して　$9y=\mathbf{2}(2x-3)$　　2，9は互いに素であり，左辺は2の倍数であることか



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

ら $y$ は 2 の倍数である．よって　$y=2k$（$k$ は整数）と表すと

$9\cdot 2k=2(2x-3)$　$2x-3=9k$　　したがって　$2x=\mathbf{9}k+\mathbf{3}$　と表される．

$2x$ は偶数より $9k+3$ も偶数　　よって $k$ は奇数であることがわかる．

したがって，①を満たす整数 $x$，$y$ のうち，$y$ が 1 桁の整数であるものは

$k=1$，3 のときの $(x,\ y)=(\mathbf{6},\ \mathbf{2}),\ (\mathbf{15},\ \mathbf{6})$　である．

$x=6$，$y=2$ が解であることより $4\cdot 6-9\cdot 2=6$　……②

①－②より $4(x-6)-9(y-2)=0$　つまり　$4(x-6)=9(y-2)$

4，9 は互いに素であることより，整数 $t$ を用いて

$x-6=9t$　　つまり　$x=9t+6$ と表される．

このとき　$4\cdot 9t=9(y-2)$ より　$y-2=4t$　　つまり　$y=4t+2$　と表される．

よって　$N=4x+2=4(9t+6)+2=\mathbf{36}t+\mathbf{26}$　と表される．

［2］　$24x-19y=3$　……①

$24x-19y=1$ を満たす整数解の 1 つとして，$x=4$，$y=\mathbf{5}$ が挙げられる．

よって，$24\times 4-19\times 5=1$　より　$24\times 12-19\times \mathbf{15}=3$　……②　であることから

$x=12$，$y=15$　は方程式①の整数解の 1 つである．

①－②より　$24(x-12)-19(y-15)=0$　つまり　$24(x-12)=19(y-15)$

よって整数 $k$ を用いて

$x-12=19k$　つまり　$x=19k+12$ と表され，このとき $y=24k+15$ と表される．

方程式 $24x-19y=3$ の整数解のうち，$0\leqq x\leqq 50$ を満たすものは

$0\leqq 19k+12\leqq 50$　より　$k=0,\ 1,\ 2$ に限られ，このとき $(x,\ y)$ は

$(x,\ y)=(\mathbf{12},\ \mathbf{15}),\ (\mathbf{31},\ \mathbf{39}),\ (\mathbf{50},\ \mathbf{63})$

である．

また，$y-x=5k+3$　より $-20\leqq y-x\leqq 20$ を満たす整数 $k$ のとり得る値の範囲は

$-20\leqq 5k+3\leqq 20$　より　$-4\leqq k\leqq 3$　　したがって求める個数は　**8** 個

**3**　［1］　$N=abc_{(8)}=cba_{(7)}$　において　$\mathbf{1}\leqq a\leqq \mathbf{6}$，$\mathbf{0}\leqq b\leqq 6$，$\mathbf{1}\leqq c\leqq 6$

$abc_{(8)}=cba_{(7)}$ より　$8^2a+8b+c=\mathbf{7}^2c+7b+a$

$63a+b-48c=0$　よって　$b=\mathbf{3}(16c-21a)$　……①

①の右辺は 3 の倍数より $b$ も 3 の倍数．

$0\leqq b\leqq 6$ より　$b=\mathbf{0},\ \mathbf{3},\ \mathbf{6}$ に限られる．

$b=0$ のとき①より　$16c=21a$　16，21 は互いに素より，これを満たす

$1\leqq a\leqq 6$ である整数 $a$ は存在しない．

$b=6$ のとき　$16c-21a=2$ を満たす $a$，$c$ の組は $a=6$，$c=8$ より不適．

$b=3$ のとき　①より　$\mathbf{16}c-\mathbf{21}a=1$　つまり　$16c=21a+1$

左辺は偶数より　$a$ は奇数　　よって $a=1,\ 3,\ 5$ に限られる．

このうち右辺が 16 の倍数になるのは　$a=\mathbf{3}$ のときのみ　　このとき $c=4$

このとき　$N=433_{(7)}=4\cdot 7^2+3\cdot 7+3=\mathbf{220}$

ⓒRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

# 第６講　平面図形

## 【CHECK & UP】

**1**　△ABC は二等辺三角形より ∠ABC＝∠BAC＝70°

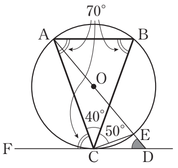
接線と弦の作る角の定理（接弦定理）より　∠ACF＝∠ABC＝70°

<参考図①>を用いると

∠ACE＝90° より　∠BCE＝50°

よって　∠BAE＝50° より　∠EAC＝20°

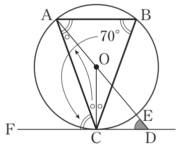
ゆえに　∠ADC＝∠ACF−∠EAC＝**50°**




<参考図②>を用いると

$\angle \mathrm{OCA}=\dfrac{1}{2}\angle \mathrm{ACB}=20^\circ$　　よって　∠OAC＝20°

ゆえに ∠ADC＝∠ACF−∠OAC＝**50°**

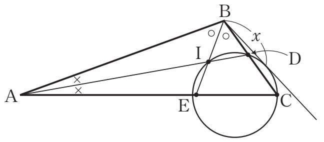



図形は別解が考えられることが少なくない．その中で，センター試験では「補助線」を自ら引かないとできない出題はきわめて希である．つまりそこまでに与えられた図形の中で考えられるための「抜けのない知識」が必要である．

**2**　I は △ABC の内心より，AD は ∠BAC の二等分線である．

よって　BD：DC＝AB：AC＝7：8　　ゆえに　$\mathrm{BD}=\dfrac{7}{15}\mathrm{BC}=\mathbf{\dfrac{7}{5}}$

方べきの定理より　$\mathrm{BI}\cdot\mathrm{BE}=\mathrm{BD}\cdot\mathrm{BC}=\dfrac{7}{5}\cdot 3=\mathbf{\dfrac{21}{5}}$




また，点 B から 4 点 C，E，I，D を通る円に引いた接線の長さを $x$ とすると，方べきの定理より

$x^2=\dfrac{21}{5}$　　$x>0$ より　$x=\dfrac{\sqrt{21}}{\sqrt{5}}=\mathbf{\dfrac{\sqrt{105}}{5}}$

三角形の内心＝「角の二等分線」の交点であり，角の二等分線の性質は必修事項である．

**3**　(1)　チェバの定理より

$\dfrac{\mathrm{AR}}{\mathrm{RB}}\cdot\dfrac{\mathrm{BP}}{\mathrm{PC}}\cdot\dfrac{\mathrm{CQ}}{\mathrm{QA}}=1$　　$\dfrac{\mathrm{AR}}{\mathrm{RB}}\cdot\dfrac{4}{3}\cdot\dfrac{2}{3}=1$

よって　$\dfrac{\mathrm{AR}}{\mathrm{RB}}=\mathbf{\dfrac{9}{8}}$

(2)　メネラウスの定理より

$\dfrac{\mathrm{AQ}}{\mathrm{QC}}\cdot\dfrac{\mathrm{CP}}{\mathrm{PB}}\cdot\dfrac{\mathrm{BR}}{\mathrm{RA}}=1$　　$\dfrac{7}{3}\cdot\dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{\mathrm{BR}}{\mathrm{AR}}=1$

よって　$\dfrac{\mathrm{BR}}{\mathrm{AR}}=\dfrac{9}{14}$　より　$\dfrac{\mathrm{AR}}{\mathrm{RB}}=\mathbf{\dfrac{14}{9}}$

三角形と割線に関する定理である．
あくまでイメージだが，ある頂点から三角形の外周を順にたどって元の頂点に戻るのがチェバの定理，ある頂点から一度行き過ぎてから戻って三角形の中を通り，再び外周をたどって元の頂点に戻るのがメネラウスの定理，といったところだろうか．
チェバの定理，メネラウスの定理ともに，たどった線分を「分数」で分子→分母の順に表記する．よって，たどる線分の「長さ」，「長さの比」のどちらでも使えることに注意したい．

**4**　(1)　△ABD と △ACD に関して，

A から下ろした垂線を共通な高さとすると

$\dfrac{\triangle\mathrm{ABD}}{\triangle\mathrm{ACD}}=\dfrac{\mathrm{BD}}{\mathrm{CD}}=\mathbf{\dfrac{2}{3}}$

隣接している三角形を，高さが等しい三角形とみなすと，面積比＝底辺の比である．
また，それを利用し，高さを変えずに底辺を縮めることで，元の大きい三角形を目的の三角形に縮小することができる．



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

$$\triangle \mathrm{ABP} = \triangle \mathrm{ABD} \times \frac{\mathrm{AP}}{\mathrm{AD}} = \triangle \mathrm{ABD} \times \frac{5}{9}$$

$$= \left(\triangle \mathrm{ABC} \times \frac{\mathrm{BD}}{\mathrm{BC}}\right) \times \frac{5}{9}$$

$$= \triangle \mathrm{ABC} \times \frac{2}{5} \times \frac{5}{9} = \triangle \mathrm{ABC} \times \frac{2}{9}$$ よって $\dfrac{\triangle \mathrm{ABP}}{\triangle \mathrm{ABC}} = \mathbf{\dfrac{2}{9}}$

(2)　△ABP と △ACP に関して，AP を共通な底辺とすると，BD：DC は △ABP と △ACP の高さの比と等しい．

よって　$\dfrac{\triangle \mathrm{ABP}}{\triangle \mathrm{ACP}} = \dfrac{\mathrm{BD}}{\mathrm{DC}} = \mathbf{\dfrac{3}{2}}$

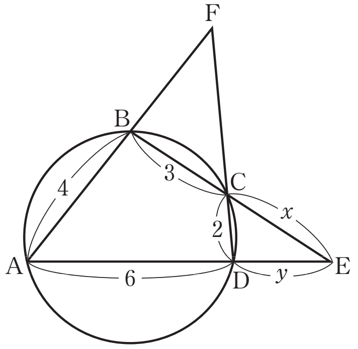
$$\triangle \mathrm{BPC} = \triangle \mathrm{ABC} \times \frac{\mathrm{PD}}{\mathrm{AD}} = \triangle \mathrm{ABC} \times \frac{2}{4}$$

$$= \triangle \mathrm{ABC} \times \frac{1}{2}$$ よって $\dfrac{\triangle \mathrm{BPC}}{\triangle \mathrm{ABC}} = \mathbf{\dfrac{1}{2}}$

「浮いている」三角形に関しても，その底辺の延長線が分ける比によって面積比を出すことができる．
また，底辺を変えずに高さを縮めることで，元の大きい三角形を目的の三角形に縮小することができる．

**【講義問題　解答例】**　※記述式における模範解答ではありません．授業を補完するものです．

**1**




［1］　(1)　円に内接する四角形の性質より

$\angle \mathrm{DCE} = \angle \mathrm{BAD}$

よって △CDE と △ABE は相似であることより

$x : 2 = (y+6) : 4$　　$y : 2 = (x+3) : 4$

すなわち $2x = y+6$　$2y = x+3$　が成り立つ．

これらから $x = \mathbf{5}$　つまり　CE＝5　である．

よって $\mathrm{EC} \cdot \mathrm{EB} \cdot 5 \cdot 8 = \mathbf{40}$　……①

同様に △CBF と △ADF は相似であることより

$\mathrm{FC} \cdot \mathrm{FD} = \dfrac{160}{9}$　……② が導かれる．

(2)　方べきの定理より

$\mathbf{EG} \cdot \mathrm{EF} = \mathrm{EC} \cdot \mathrm{EB}$　……③

円に内接する四角形の性質より

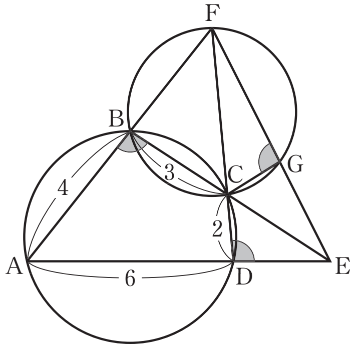
$\angle \mathrm{FGC} = \angle \mathbf{ABC} = \angle \mathrm{EDC}$

よって，四角形 EDCG は円に内接，すなわち

4 点 E，D，C，G は同一円周上にある．

したがって，方べきの定理より

$\mathbf{FG} \cdot \mathrm{FE} = \mathrm{FC} \cdot \mathrm{FD}$　……④




①，③より　$\mathrm{EG} \cdot \mathrm{EF} = 40$　　②，④より　$\mathrm{FG} \cdot \mathrm{FE} = \dfrac{160}{9}$

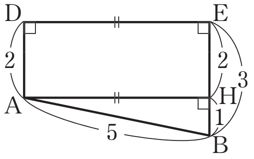


©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

ここで，$EF=s$，$EG=t$　とおくと　　$ts=40$，$(s-t)\cdot s=\dfrac{160}{9}$

これらより $s^2-40=\dfrac{160}{9}$　　$s^2=\dfrac{520}{9}$　　したがって　$s=EF=\dfrac{2}{3}\mathbf{\sqrt{130}}$

［2］　線分 BE 上に点 H を，DE // AH となるようにとると，

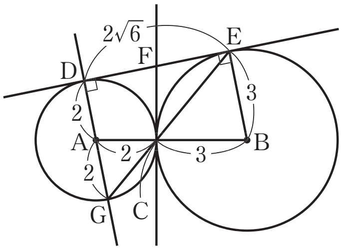



△AHB は $\angle AHB=90°$ であり，

$AB=2+3=5$，$BH=3-2=1$

よって三平方の定理より　$AH=\sqrt{5^2-1^2}=2\sqrt{6}$　　$DE=\mathbf{2\sqrt{6}}$

また，AD // BE から △**BE**C ∽ △AGC




よって AC：BC＝AG：BE

つまり 2：3＝AG：3　より　　AG＝2

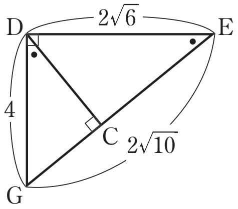
よって AG＝**AC** より，点 G は点 A を中心とする

半径 2 の円上にあり，DG は直径であることから

$\angle DCG=\mathbf{90}°$ となる．

さらに △CDG ∽ △DEG より $\angle CD\mathbf{G}=\angle DE\mathbf{G}$ である．

また，$GE=\sqrt{4^2+(2\sqrt{6})^2}=2\sqrt{10}$　であることから




$CD:4=2\sqrt{6}:2\sqrt{10}$　$CD=\dfrac{4\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$　よって $CD^2=\mathbf{\dfrac{48}{5}}$

このとき $CG=\sqrt{DG^2-CD^2}=\sqrt{16-\dfrac{48}{5}}=\dfrac{4\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$　より

$\triangle ACD=\triangle GCD\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{2}\cdot CG\cdot CD\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{16\sqrt{6}}{5}\times\dfrac{1}{2}=\mathbf{\dfrac{4\sqrt{6}}{5}}$

## 2

(1)　傍心円と線分 AC の接点を H とすると，

△EAG ≡ △HAG より $\angle EAG=\angle HAG$

また，AB＝AC より $\angle ABC=\angle BCA$

よって $2\angle EAG=\angle E\mathbf{AC}=\angle ABC+\angle B\mathbf{CA}=2\angle ABC$　より　$\angle EAG=\angle ABC$

したがって，**AG** // BF である．

△ABC の内心 I は，∠BAC の二等分線上にあり，

その二等分線は，底辺 BC を垂直に二等分する．

さらに ID ⊥ BC であることから，

3 点 A，I，D は一直線上にあり，$\angle ADC=90°$

また，$\angle GFD=90°$ より，$\angle ADC=\angle GFD$

したがって，AD // GF，AG // BF，$\angle ADC=\angle GFD=\mathbf{90}°$ より，

四角形 ADFG は**長方形**である．

(2)　AB＝5，BD＝2 のとき，$AD=\sqrt{5^2-2^2}=\mathbf{\sqrt{21}}$


©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

BI は $\angle ABC$ の二等分線より，その性質から

$$AI : ID = BA : BD = 5 : 2 \qquad よって，AI = \frac{5}{7}AD = \mathbf{\frac{5\sqrt{21}}{7}}$$

また，$AG \parallel BC$ より　$\angle AGI = \angle CBI = \angle ABI$

つまり，$\triangle AGB$ は二等辺三角形であることより $AG = AB = \mathbf{5}$

したがって $IG = \sqrt{AG^2 + AI^2} = \sqrt{25 + \frac{25 \cdot 21}{49}} = 5\sqrt{1 + \frac{21}{49}} = \mathbf{\frac{5\sqrt{70}}{7}}$

**3**　直角三角形 HBC において，$\angle B = 30^\circ$ より，$BC = 2\mathbf{CH}$

接弦定理より　$\angle MAC = \angle \mathbf{ABC} = 30^\circ$

方べきの定理より　$AC^2 = MC \cdot \mathbf{BC}$

点 M は辺 BC の中点より　$MB = MC$　　よって　$MC = CH$

ゆえに　$AC^2 = CH \cdot 2CH = 2CH^2$　より　　$AC = \sqrt{\mathbf{2}}\,CH$

したがって $\triangle HAC$ は**直角二等辺三角形**であり，$\angle HAC = 45^\circ$ である．

また直線 CA 上に点 D を，点 A に関して点 C と反対側にとると

$\angle HAC = \angle DAB = \angle AMB$　より $\angle AMB = \mathbf{45}^\circ$

AC と HM の交点 K，直線 BK と HC の交点 L に関して

$$\triangle HBK : \triangle BCK = HL : LC,\ \triangle CHK : \triangle BCK = HA : \mathbf{AB}$$

また，$\triangle HBK = \triangle CHK$

よって，$HL : LC = HA : AB$　より　$AL \parallel BC$

したがって　$\triangle HAL \backsim \triangle HBC$　であり，$HA : HB = 1 : \sqrt{3}$　より

$\triangle HAL : \triangle HBC = 1^2 : (\sqrt{3})^2 = 1 : \mathbf{3}$



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

# 練習問題解答


ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

# 第1講　2次関数

※この練習問題の解答は，センター試験において正解をマークするための「必要最低限」の解答です．
よって，途中計算やプロセスをすべて記したものではありませんが，計算のポイントとなる部分については詳細に記してある部分もあります．試験の本番にこれらをきっちりすべて記述する必要はありません．
限られたスペースと時間の中で，自分にとって必要なものを計算して残す練習をしてください．

**1**　$G: y=2x^2+ax+b$ が点 $(-2,\ 2)$ を通るので，$x=-2$，$y=2$ を代入して

$2=8-2a+b$　　よって　$b=2a-6$

ゆえに　$y=2x^2+ax+b=2\left(x+\dfrac{a}{4}\right)^2-\dfrac{a^2}{8}+b$ の頂点の座標を $a$ で表すと

$\left(-\mathbf{\dfrac{1}{4}}a,\ -\mathbf{\dfrac{1}{8}}a^2+\mathbf{2}a-\mathbf{6}\right)$

下に凸の放物線 $G$ が $x$ 軸より上側にあるので，(頂点の $y$ 座標)$>0$

よって　$-\dfrac{1}{8}a^2+2a-6>0$　　$a^2-16a+48<0$　　ゆえに　$\mathbf{4}<a<\mathbf{12}$

さらに，関数 $y=2x^2$ のグラフを $x$ 軸方向に $-2$，$y$ 軸方向に $k$ だけ平行移動したグラフ $H$ の頂点の座標は $(-2,\ k)$ である．これが $G$ の頂点と一致するのは

$-2=-\dfrac{1}{4}a$　かつ　$k=-\dfrac{1}{8}a^2+2a-6$　　よって　$a=\mathbf{8}$，$b=\mathbf{10}$，$k=\mathbf{2}$ である．

**2**　$C: y=ax^2+bx-a^2+12a+12=a\left(x+\dfrac{b}{2a}\right)^2-\dfrac{b^2}{4a}-a^2+12a+12$ が最大値をもつので，$C$ は上に凸．つまり $a<0$ である．このとき頂点の $y$ 座標が最大値である．

$x=4$ で最大値をとるので　$-\dfrac{b}{2a}=4$　　ゆえに　$b=-8a$ である．

よって，グラフ $C$ の式は　$y=ax^2-8ax-a^2+12a+12$　……①　であり，

頂点の $y$ 座標は $-16a-a^2+12a+12=-a^2-4a+12$ である．

(1)　最大値が7となるので　$-a^2-4a+12=7$　　つまり　$a^2+4a-5=0$

$a<0$ より　$a=\mathbf{-5}$ であり，このとき，頂点の座標は $(4,\ 7)$ である．

また，$C: y=-5(x-4)^2+7$ が $x$ 軸と交わる2点の $x$ 座標は，

$0=-5(x-4)^2+7$　　$(x-4)^2=\dfrac{7}{5}$　　$x-4=\pm\dfrac{\sqrt{35}}{5}$　　よって　$x=4\pm\dfrac{\sqrt{35}}{5}$

$C$ が $x$ 軸から切り取る線分の長さは　$\left(4+\dfrac{\sqrt{35}}{5}\right)-\left(4-\dfrac{\sqrt{35}}{5}\right)=\dfrac{2\sqrt{35}}{5}$

ゆえに，求める三角形の面積は　$\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{2\sqrt{35}}{5}\cdot 7=\mathbf{\dfrac{7\sqrt{35}}{5}}$　である．

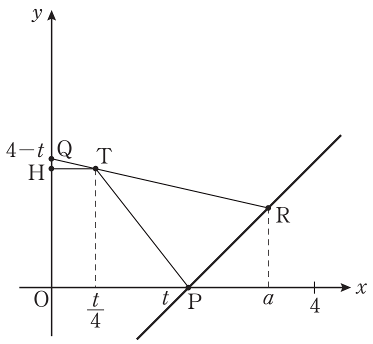
(2)　$C$ が点 $(3,\ 8)$ を通るとき，①に，$x=3$，$y=8$ を代入して

$8=9a-24a-a^2+12a+12$　　$a^2+3a-4=0$　　$a<0$ より　$a=-4$

このとき $C$ の頂点の座標は $(4,\ 12)$ であり，$C$ を $y$ 軸に関して対称移動したグラフの頂点の座標は $(\mathbf{-4},\ \mathbf{12})$ である．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。




**3**　P$(t,\ 0)$ を通る傾き 1 の直線の式は　$y=1\cdot(x-t)+0$

つまり　$y=x-t$　　よって　R$(a,\ a-t)$

Q$(0,\ 4-t)$，R$(a,\ a-t)$ を通る直線の傾きは

$\dfrac{(a-t)-(4-t)}{a}=\dfrac{a-4}{a}$ であり，直線の方程式は

$y=\dfrac{a-4}{a}x+4-t$ であるので，T の $y$ 座標は

$$y=\frac{a-4}{a}\cdot\frac{t}{4}+4-t=4-\frac{3a+4}{4a}t$$

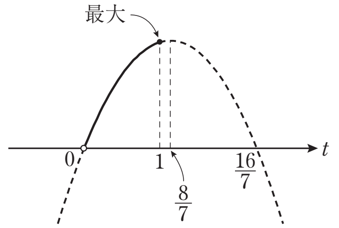
台形 OPTH の面積 $S$ は

$$S=\frac{1}{2}\left(\frac{t}{4}+t\right)\cdot\left(4-\frac{3a+4}{4a}t\right)=\frac{\mathbf{5}}{\mathbf{8}}t\left(4-\frac{3a+4}{4a}t\right)\text{ である.}$$

(1)　$a=1$ のとき　$S=\dfrac{5}{8}t\left(-\dfrac{7}{4}t+4\right)$　　よって，軸は　$t=\dfrac{8}{7}$

$0<t\leqq 1$ において，$t=1$ で $S$ は最大値

$\dfrac{5}{8}\cdot\left(-\dfrac{7}{4}+4\right)=\dfrac{\mathbf{45}}{\mathbf{32}}$　をとる.



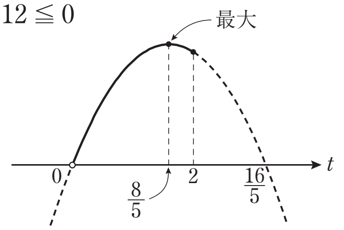

(2)　$a=2$ のとき　$S=\dfrac{5}{8}t\left(-\dfrac{5}{4}t+4\right)$　　よって，軸は　$t=\dfrac{8}{5}$

$0<t\leqq 2$ において，$t=\dfrac{\mathbf{8}}{\mathbf{5}}$ で $S$ は最大値

$S=\dfrac{5}{8}\cdot\dfrac{8}{5}\cdot\left(-\dfrac{5}{4}\cdot\dfrac{8}{5}+4\right)=\mathbf{2}$　をとる.

また，$S\geqq\dfrac{15}{8}$ より　$\dfrac{5}{8}t\left(-\dfrac{5}{4}t+4\right)\geqq\dfrac{15}{8}$　　$5t^2-16t+12\leqq 0$

ゆえに　$\dfrac{\mathbf{6}}{\mathbf{5}}\leqq t\leqq \mathbf{2}$



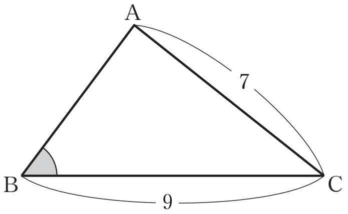

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

# 第２講　三角比

## 1

［1］　$\cos B=\dfrac{2}{3}$ より　$\sin B=\sqrt{1-\dfrac{4}{9}}=\boldsymbol{\dfrac{\sqrt{5}}{3}}$




AB＝$x$ とおくと，余弦定理より　$49=x^2+81-2\cdot x\cdot 9\cdot\dfrac{2}{3}$

$x^2-12x+32=0$　　$x=4,\ 8$

AB＜AC より　AB＝**4**

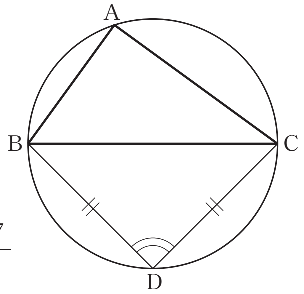
三角形 ABC の外接円の半径を $R$ とすると

正弦定理より　$R=\dfrac{7}{2\cdot\dfrac{\sqrt{5}}{3}}=\dfrac{21}{2\sqrt{5}}=\boldsymbol{\dfrac{21\sqrt{5}}{10}}$

正弦定理より　$\dfrac{BC}{\sin A}=2R$　　よって　$\sin A=\dfrac{BC}{2R}=9\cdot\dfrac{10}{2\cdot 21\sqrt{5}}=\dfrac{15}{7\sqrt{5}}=\boldsymbol{\dfrac{3\sqrt{5}}{7}}$

余弦定理より　$\cos A=\dfrac{16+49-81}{2\cdot 4\cdot 7}=\dfrac{-16}{2\cdot 4\cdot 7}=\boldsymbol{-\dfrac{2}{7}}$

$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\cdot 4\cdot 9\cdot\dfrac{\sqrt{5}}{3}=\boldsymbol{6\sqrt{5}}$




BD＝CD＝$y$ とおく．

$\cos D=-\cos A=\dfrac{2}{7}$ であることから，△BCD で余弦定理より

$81=y^2+y^2-2\cdot y\cdot y\cdot\dfrac{2}{7}$　　$14y^2-4y^2=81\cdot 7$　　$y^2=\dfrac{81\cdot 7}{10}$

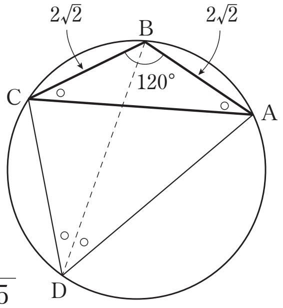
よって　$y=\dfrac{9\sqrt{7}}{\sqrt{10}}=\dfrac{9\sqrt{70}}{10}$　　ゆえに　BD＝$\boldsymbol{\dfrac{9\sqrt{70}}{10}}$

［2］　AB＝BC＝$2\sqrt{2}$，∠ABC＝120° より　∠BAC＝∠BCA＝30°

円の弦の性質より　$\dfrac{1}{2}AC=AB\cdot\cos\angle BAC$

ゆえに　AC＝$2\cdot 2\sqrt{2}\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\boldsymbol{2\sqrt{6}}$　　また　∠BDC＝∠BAC＝**30°**

円 O の半径を $R$ とすると，△BAC で正弦定理より　$R=\dfrac{2\sqrt{6}}{2\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}}=\boldsymbol{2\sqrt{2}}$




また，△BAD で正弦定理より　$\dfrac{BD}{\sin\angle BAD}=2R$

よって　$\sin\angle BAD=\dfrac{2\sqrt{3}}{4\sqrt{2}}=\boldsymbol{\dfrac{\sqrt{6}}{4}}$

さらに　AD＝$x$ として △BAD で余弦定理より

$8=x^2+12-2\cdot x\cdot 2\sqrt{3}\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　$x^2-6x+4=0$　　$x=3\pm\sqrt{5}$

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

同様に CD $= y$ として △BCD で余弦定理より

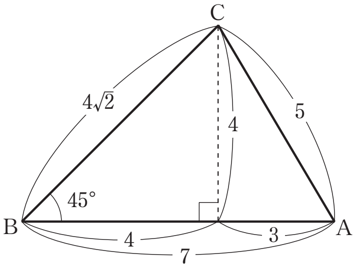
$$y^2-6y+4=0 \qquad y=3\pm\sqrt{5}$$

AD > CD より　AD $= \mathbf{3+\sqrt{5}}$　　CD $= 3-\sqrt{5}$

四角形 ABCD $=$ △ABC $+$ △ADC

$$=\frac{1}{2}\cdot2\sqrt{2}\cdot2\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}(3+\sqrt{5})(3-\sqrt{5})\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\mathbf{3\sqrt{3}}$$

[2]　右図より　CA $= \mathbf{5}$




よって，外接円 O の半径を $R$ とすると

$$R=\frac{5}{2\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}}=\mathbf{\frac{5\sqrt{2}}{2}}$$

△ABD : △CBD

$$=\frac{1}{2}\cdot AB\cdot AD\cdot\sin\angle BAD : \frac{1}{2}\cdot BC\cdot CD\cdot\sin\angle BCD = AB\cdot AD : BC\cdot CD$$　（オは②）

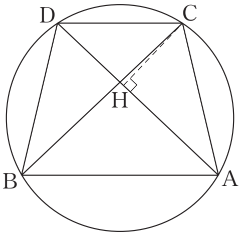
この比が 7 : 2 であることより，

$$7\cdot AD : 4\sqrt{2}\cdot CD = 7 : 2 \qquad \text{ゆえに} \quad AD = \mathbf{2\sqrt{2}}\,CD$$

したがって　CD $= t$，AD $= 2\sqrt{2}\,t$ とおくことができる．

また，∠ADC $=$ ∠CBA $= \mathbf{45°}$ であることから，△ACD で余弦定理より

$$25=t^2+8t^2-2\cdot t\cdot2\sqrt{2}\,t\cdot\frac{1}{\sqrt{2}} \qquad t^2=5 \qquad t=\sqrt{5}$$




よって　CD $= \mathbf{\sqrt{5}}$，AD $= \mathbf{2\sqrt{10}}$

△CDH は直角三角形より

$$CH = CD\cdot\sin\angle CDH = \sqrt{5}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}=\mathbf{\frac{\sqrt{10}}{2}}$$

△ADC を直線 AD を軸として 1 回転してできる立体の体積は，

CH を半径とする円を底面とする円すいを考えて

$$\frac{1}{3}\cdot\pi\cdot CH^2\cdot AH+\frac{1}{3}\cdot\pi\cdot CH^2\cdot DH=\frac{1}{3}\cdot\pi\cdot\frac{10}{4}\cdot AD=\mathbf{\frac{5}{3}\sqrt{10}}\,\pi$$



ⓒRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

**3**　△CAB で余弦定理より　$\cos\angle\mathrm{CAB}=\dfrac{4+36-52}{2\cdot 2\cdot 6}=\dfrac{-12}{2\cdot 2\cdot 6}=-\dfrac{1}{2}$

よって　$\angle\mathrm{CAB}=\mathbf{120^\circ}$

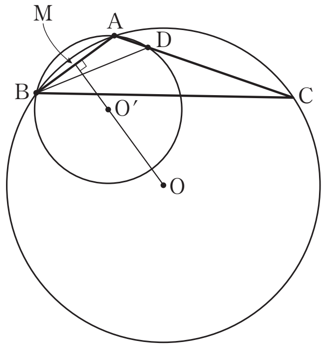
$$\triangle\mathrm{ABC}=\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 6\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\mathbf{3\sqrt{3}}$$

OA，OB は △ABC の外接円 O の半径である．よって，△ABC で正弦定理より

$$\mathrm{OA}=\mathrm{OB}=\frac{2\sqrt{13}}{2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}}=\mathbf{\frac{2\sqrt{39}}{3}}$$

また，△OAB は二等辺三角形より　AM＝BM＝1

よって　$\mathrm{OM}=\sqrt{\left(\dfrac{2\sqrt{39}}{3}\right)^2-1}=\sqrt{\dfrac{49}{3}}=\dfrac{7}{\sqrt{3}}=\mathbf{\dfrac{7\sqrt{3}}{3}}$




O′A，O′B は △ABD の外接円 O′ の半径である．
また，△ABD で余弦定理より

$$\mathrm{BD}^2=4+4-2\cdot 2\cdot 2\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)=12 \qquad \mathrm{BD}=2\sqrt{3}$$

△ABD で正弦定理より　$\mathrm{O'A}=\mathrm{O'B}=\dfrac{2\sqrt{3}}{2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}}=\mathbf{2}$

よって，△O′AB は 1 辺の長さが 2 の正三角形より　$\mathrm{O'M}=\mathbf{\sqrt{3}}$

したがって　$\mathrm{OO'}=\mathrm{OM}-\mathrm{O'M}=\dfrac{7\sqrt{3}}{3}-\sqrt{3}=\mathbf{\dfrac{4\sqrt{3}}{3}}$

また，同様に △O′AD も 1 辺の長さが 2 の正三角形である．

よって　$\angle\mathrm{DO'M}=60^\circ+30^\circ=90^\circ$　より，△DO′O は $\angle\mathrm{DO'O}=90^\circ$ の直角三角形である．

ゆえに　$\tan\angle\mathrm{ODO'}=\dfrac{\mathrm{OO'}}{\mathrm{DO'}}=\dfrac{\frac{4\sqrt{3}}{3}}{2}=\mathbf{\dfrac{2\sqrt{3}}{3}}$



ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

# 第３講　数と式・方程式・不等式，データの分析，論理と集合

## 1

(1)　$|2x-3|=5$　より　$2x-3=\pm 5$

$2x-3=5$　より　$x=4$　　$2x-3=-5$　より　$x=-1$

よって，$x=\mathbf{-1,\ 4}$

(2)　$\left|x-\dfrac{3}{2}\right|<\sqrt{6}$　より　$-\sqrt{6}<x-\dfrac{3}{2}<\sqrt{6}$　　$\dfrac{3}{2}-\sqrt{6}<x<\dfrac{3}{2}+\sqrt{6}$

よって　$\dfrac{3-2\sqrt{6}}{2}<x<\dfrac{3+2\sqrt{6}}{2}$

ここで，$2\sqrt{6}=\sqrt{24}$ より　$4<2\sqrt{6}<5$　　$7<3+2\sqrt{6}<8$

よって　$\dfrac{7}{2}<\dfrac{3+2\sqrt{6}}{2}<4$

また，$-5<-2\sqrt{6}<-4$ より　$-2<3-2\sqrt{6}<-1$

よって　$-1<\dfrac{3-2\sqrt{6}}{2}<-\dfrac{1}{2}$

したがって，題意の式を満たす整数 $x$ の個数は，$x=0$，1，2，3 の **4** 個

(3)　$\left|x-\dfrac{3}{2}\right|<n$　より　$-n<x-\dfrac{3}{2}<n$　　$\dfrac{3}{2}-n<x<\dfrac{3}{2}+n$　これを満たす整数 $x$ の個数が 6 になる自然数 $n$ は　$n=\mathbf{3}$

## 2

(1)　7 人のタイムを $x_1$，$x_2$，$x_3$，$x_4$，$x_5$，$x_6$，$x_7$ とし，

$x_1=12.5$，$x_2=12.0$，$x_3=14.0$，$x_4=13.5$，

$y_n=x_n-14.0$　($n=1$，2，3，4，5，6，7) とする．

B 組の 3 人のタイム $x_5$，$x_6$，$x_7$ の平均値が 14.0 であることより

$y_5$，$y_6$，$y_7$ の平均値は　$14.0-14.0=0$である．

よって　$y_5+y_6+y_7=0\times 3=0$　……①

したがって変量 $y$ の平均値 $\overline{y}$ は

$$\overline{y}=\frac{y_1+y_2+y_3+y_4+y_5+y_6+y_7}{7}=\frac{(x_1-14.0)+(x_2-14.0)+(x_3-14.0)+(x_4-14.0)}{7}$$

$$=\frac{-1.5-2+0-0.5}{7}=-\frac{4}{7}=\mathbf{-0.57}\ (秒)$$

変量 $x$ の平均値 $\overline{x}$ は　$\overline{x}=\overline{y}+14.0=\mathbf{13.43}$ (秒)

また，$x_5$，$x_6$，$x_7$ の分散が　1.50 であることより

$$\frac{(x_5-14.0)^2+(x_6-14.0)^2+(x_7-14.0)^2}{3}=1.50$$

つまり　$\dfrac{{y_5}^2+{y_6}^2+{y_7}^2}{3}=1.50$　より　${y_5}^2+{y_6}^2+{y_7}^2=4.50$　……②



ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

したがって，変量 $y$ の分散$s_y{}^2$は，公式($y$の分散)＝($y^2$の平均値)－($y$の平均値)$^2$を用いて

$$s_y{}^2=\frac{y_1{}^2+y_2{}^2+y_3{}^2+y_4{}^2+y_5{}^2+y_6{}^2+y_7{}^2}{7}-\overline{y}^2$$

$$=\frac{(-1.5)^2+(-2)^2+0^2+(-0.5)^2+y_5{}^2+y_6{}^2+y_7{}^2}{7}-\left(-\frac{4}{7}\right)^2$$

$$=\frac{2.25+4+0.25+4.50}{7}-\frac{16}{49}$$

$$=\frac{11}{7}-\frac{16}{49}=\frac{61}{49}=\mathbf{1.24}$$

変量 $x$ の分散$s_x{}^2$について，$x_n=1\cdot y_n+14.0$　より　　$s_x{}^2=1^2\cdot s_y{}^2=\mathbf{1.24}$

(2)　$x_5=14.0$，$x_6<x_7$とすると，$y_5=0$，$y_6<y_7$

①より　$y_6+y_7=0$　　②より　$y_6{}^2+y_7{}^2=4.50$

これらより　　$y_6=-1.5$，$y_7=1.5$　　したがって，$x_6=\mathbf{12.5}$，$x_7=\mathbf{15.5}$

また，3人の体重を変量 $z$ で表すと

$z$の平均は　$\overline{z}=\dfrac{57.0+54.0+60.0}{3}=57.0$

$z$の分散は　$s_z{}^2=\dfrac{0^2+(-3)^2+3^2}{3}=6$

$x$の分散は　$s_x{}^2=1.50$

$x$と$z$の共分散は $s_{xz}=\dfrac{-1.5\times0+0\cdot(-3)+1.5\cdot3}{3}=1.5$　より

求める相関係数は　$\dfrac{s_{xz}}{s_xs_z}=\dfrac{1.5}{\sqrt{1.50}\sqrt{6}}=\mathbf{0.50}$

**3**　$A=\{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ \cdots\}$　　$B=\{3,\ 6,\ 9,\ 12,\ 15,\ \cdots\}$　　$C=\{4,\ 8,\ 12,\ 16,\ 20,\ \cdots\}$

(1)　$C$は$A$に含まれ，$B$には含まれない．よって①，③は選択肢から消える．

さらに，$C$と$B$には共通部分がある．よって，$A$，$B$，$C$を表す関係図は　**⓪**

(2)　以下，関係図⓪を元に考える．

$C$と$A\cap B$には要素のずれがある．よって，[イ]は必要条件でも十分条件でもない．

したがって　**③**

$A\cap\overline{C}$ は右図斜線部分．

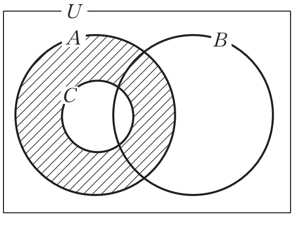
よって　$x\in A\cap\overline{C}\implies x\in A$　は真．

また，$A$の要素で斜線部分に入っていないものがあるので

$x\in A\cap\overline{C}\impliedby x\in A$　は偽．

ゆえに，[ウ]は十分条件であるが必要条件ではない．

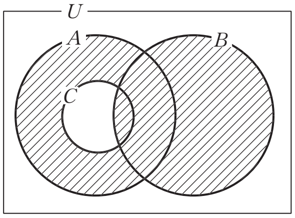
したがって　**②**



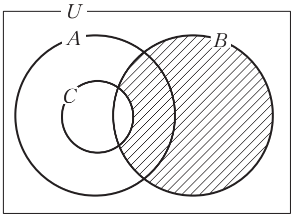

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

$x \in A \cap \overline{C}$ または $x \in B$ は右図斜線部分.
よって,「$x \in A \cap \overline{C}$ または $x \in B$」は $A \cup B$ に含まれるが逆は成り立たない.
ゆえに, エ は必要条件であるが十分条件ではない.
したがって　①




$x \in B \cap \overline{C}$ は右図斜線部分.
よって,「$x \in A$ または $x \in B \cap \overline{C}$」は $A \cup B$ と同値.
ゆえに, オ は必要十分条件である.
したがって　⓪




ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

# 第4講　場合の数・確率

**1** (1) 3個の球の取り出し方は全部で $_6C_3=\dfrac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1}=5\cdot4=\mathbf{20}$（通り）

その20通りの番号を列挙すると以下のとおりである．

(0, 1, 2)，(0, 1, 3)，(0, 1, 4)，(0, 1, 5)，(0, 2, 3)，(0, 2, 4)，(0, 2, 5)，
(0, 3, 4)，(0, 3, 5)，(0, 4, 5)，(1, 2, 3)，(1, 2, 4)，(1, 2, 5)，(1, 3, 4)，
(1, 3, 5)，(1, 4, 5)，(2, 3, 4)，(2, 3, 5)，(2, 4, 5)，(3, 4, 5)

よって，連続する2つの数を含まないのは

(0, 2, 4)，(0, 2, 5)，(0, 3, 5)，(1, 3, 5) の4通りである．

(2) (i) 得点が0点となるのは，0を含み，他の2つの番号が1～5のうちの2つのとき．

その確率は $\dfrac{_5C_2}{20}=\dfrac{10}{20}=\mathbf{\dfrac{1}{2}}$ である．

(ii) 得点が4点となるのは, 4を含み, 他の2つの番号が1～3のうち2つのとき.

その確率は $\dfrac{_3C_2}{20}=\mathbf{\dfrac{3}{20}}$ である．

得点が5点となるのは，5を含み，他の2つの番号が1～4のうち2つのとき．

その確率は $\dfrac{_4C_2}{20}=\dfrac{6}{20}=\mathbf{\dfrac{3}{10}}$ である．

また，得点が5点かつ連続した2つの数を含まないのは，

(1)より3個の球の番号が(1，3，5) のときのみ

したがって求める条件付き確率は $\dfrac{\frac{1}{20}}{\frac{6}{20}}=\mathbf{\dfrac{1}{6}}$ である．

(iii) 求める確率は $\left(\dfrac{1}{20}\right)^2(10^2+3^2+6^2+1^2)=\dfrac{146}{400}=\mathbf{\dfrac{73}{200}}$ である．

**2** (1) 5枚のカードの取り出し方は $_{10}C_5=\dfrac{10\cdot9\cdot8\cdot7\cdot6}{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}=9\cdot4\cdot7=\mathbf{252}$（通り）

その内，得点が0点となるのは5枚のうち最大の数 $L$ が偶数のときであり，

$L=10$，8，6 に限られる．

$L=10$ のときは，残り1～9のうち4枚取り出す $_9C_4=126$（通り）ある．

$L=8$ のときは，残り1～7のうち4枚取り出す $_7C_4=35$（通り）ある．

$L=6$ のときは，残り1～5のうち4枚取り出す $_5C_4=5$（通り）ある．

以上より，得点が0点となる取り出し方は $126+35+5=\mathbf{166}$（通り）

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

(2)　得点が0点でないのは $L$ が奇数のときである．

$L=9$ のとき，5枚カードを取り出すことを考えると $S \leqq 5$ である．

$S=5$ のとき，残り6～8のうち3枚取り出す1通り．このとき　$L-S=4$

$S=4$ のとき，残り5～8のうち3枚取り出す　${}_4C_3=4$（通り）

このとき　$L-S=5$

$S=3$ のときは ${}_5C_3=10$（通り）　$L-S=6$

$S=2$ のときは ${}_6C_3=20$（通り）　$L-S=7$

$S=1$ のときは ${}_7C_3=35$（通り）　$L-S=8$

$L=7$ のとき，$S \leqq 3$ である．

$S=3$ のときは1通り．このとき　$L-S=4$

$S=2$ のときは ${}_4C_3=4$（通り）　$L-S=5$

$S=1$ のときは ${}_5C_3=10$（通り）　$L-S=6$

$L=5$ のとき，$S \leqq 1$ すなわち $S=1$ のみである．このとき1通りで　$L-S=4$

以上より，とり得る得点の中で最も低いのは**4**点で，$1+1+1=$**3**通りある．

最も高いのは**8**点で，**35**通りある．

(3)　得点が5点となる確率は　$\dfrac{4+4}{9\cdot 4\cdot 7}\left(=\dfrac{8}{252}\right)=\dfrac{1+1}{9\cdot 7}=\boldsymbol{\dfrac{2}{63}}$

得点が6点となる確率は　$\dfrac{10+10}{9\cdot 4\cdot 7}\left(=\dfrac{20}{252}\right)=\dfrac{5+5}{9\cdot 2\cdot 7}=\dfrac{10}{126}=\boldsymbol{\dfrac{5}{63}}$

得点が7点となる確率は　$\dfrac{20}{9\cdot 4\cdot 7}\left(=\dfrac{20}{252}\right)=\dfrac{5}{9\cdot 7}=\boldsymbol{\dfrac{5}{63}}$

**3**　(1)　サイコロを2回振ったとき，

$P_1=P_2$ となるのは，1回目の出目にかかわらず2回目の出目が5のときである．

よって，その確率は　$\dfrac{6}{6}\cdot\dfrac{1}{6}=\boldsymbol{\dfrac{1}{6}}$　である．

$P_1$ と $P_2$ が隣り合うのは，1回目の出目にかかわらず2回目の出目が1か4か6のときである．よって，その確率は　$\dfrac{6}{6}\cdot\dfrac{3}{6}=\boldsymbol{\dfrac{1}{2}}$　である．

$P_2=A$ となるのは，順に1−4，2−3，3−2，4−1，4−6，5−5，6−4と出たときである．

よって，その確率は $\boldsymbol{\dfrac{7}{36}}$ である．（1回目が4のときのみ2通りあることに注意）

$P_2=C$ となるのは，順に1−1，1−6，2−5，3−4，4−3，5−2，6−1，6−6と出たときである．

よって，その確率は　$\dfrac{8}{36}=\boldsymbol{\dfrac{2}{9}}$　である．（1回目が1と6のときに注意）

$P_1=A$ となるのは1回目に5が出たとき．その確率は $\dfrac{1}{6}$ であり，この確率は2回

ⒸRECRUIT HOLDINGS



本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

目の出目によって影響されない．$P_2=A$ となる確率は上記 $\frac{7}{36}$ である．

また　$P_1=A$　かつ　$P_2=A$　となるのは順に5−5と出たときのみであり，その確率は $\frac{1}{36}$ である．

ゆえに $P_1$ または $P_2$ が A となる確率は　$\frac{1}{6}+\frac{7}{36}-\frac{1}{36}=\mathbf{\frac{1}{3}}$　である．

(2)　サイコロを2回振って到達した点のうち，3回目にAに止まる出目が2通り存在するのは，(1)からAの1つ前の点，すなわちEであるとわかる．2回目がE以外の場合は，3回目にAに止まる出目はそれぞれ1通りのみである．

$P_2=E$ となるのは，順に1−3，2−2，3−1，3−6，4−5，5−4，6−3のときであり，その確率は $\frac{7}{36}$ である．よって，$P_2=E$ かつ $P_3=A$ となる確率は　$\frac{7}{36}\cdot\frac{2}{6}=\mathbf{\frac{7}{108}}$ である．

また，$P_2\neq E$ となる確率は　$1-\frac{7}{36}=\frac{29}{36}$　である．

よって，$P_2\neq E$　かつ　$P_3=A$　となる確率は　$\frac{29}{36}\cdot\frac{1}{6}=\frac{29}{216}$　である．

以上より，$P_3=A$ となる確率は　$\frac{7}{108}+\frac{29}{216}=\mathbf{\frac{43}{216}}$　である．


ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

# 第５講　整数の性質

## 1

[1]　①×3＋②×2 より　$16x-5y=38$　つまり　$\mathbf{2(8x-19)=5y}$

2 と 5 は互いに素であることより，$y$ は偶数.

よって　$y=2k$（$k$ は整数）と表すと，

$2(8x-19)=5\cdot 2k$　より　$8x=5k+19$ ……①

左辺は偶数より　$k$ は奇数である.

また，$x\geqq 1$ のとき　$8x\geqq 8$　より　$5k+19\geqq 8$　より　$k>-\dfrac{11}{5}$

$k=-1,\ 1,\ 3,$ ……を①に順次代入することにより，

$k=1$ のとき $x$ は最小の自然数 3 となる.

したがって，求める整数解の組は　$(x,\ y,\ z)=(\mathbf{3},\ \mathbf{2},\ \mathbf{1})$

[2]　$8x+5y=k$　について

(1)　$k=1$のとき　$8x+5y=1$･･･①　の整数解の1つとして，$x=2,\ y=-3$が挙げられる.

よって $8\cdot 2+5\cdot(-3)=1$ ……②

①－②より　$8(x-2)+5(y+3)=0$　つまり　$8(x-2)=5(-y-3)$

8 と 5 は互いに素であることより，$x-2=5m$（$m$ は整数）と表せる.

このとき①の整数解は　$x=5m+2,\ y=-8m-3$（$m$ は整数）と表せる.

$x>-10,\ y>-10$　より　$5m+2>-10,\ -8m-3>-10$

よって　$-\dfrac{12}{5}<m<\dfrac{7}{8}$　つまり　$m=-2,\ -1,\ 0$

したがって求める解は　$(x,\ y)=(\mathbf{-8},\ \mathbf{13}),\ (\mathbf{-3},\ \mathbf{5}),\ (\mathbf{2},\ \mathbf{-3})$

(2)　$k=17$のとき　$8x+5y=17$ ……③

(1)より　$8\cdot 2+5\cdot(-3)=1$　より　$8\cdot 34+5\cdot(-51)=17$ ……④

よって，③の整数解の 1 つとして　$x=34,\ y=-51$が挙げられる.

③－④より　$8(x-34)=5(-y-51)$

よって③を満たす整数解は　$x=5n+34,\ y=-8n-51$（$n$ は整数）と表せる.

このとき　$x+y=-3n-17$

$0<x+y<100$　より　$0<-3n-17<100$　　$-39<n<-\dfrac{17}{3}$

これを満たす整数 $n$ は　$-38\leqq n\leqq -6$の**33**個で，これが③の整数解の個数である.

## 2

2 つの自然数 $a,\ b$ の最大公約数を$G$とし，$a=a'G,\ b=b'G$とすると，$a',\ b'$の最大公約数は**1**である.

和が 600 より　$a+b=600$　$a'G+b'G=600$　よって　$(a'+b')G=2^3\cdot 3\cdot 5^2$ ……①

最小公倍数が 5772 より　$a'b'G=5772=2^2\cdot\mathbf{3}\cdot 13\cdot 37$ ……②

ここで，$a'$ と $b'$が互いに素であることより，$a'+b',\ a'b'$ も互いに素であることから



ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

$G$ は $(a'+b')G$ と $a'b'G$ の最大公約数である．

よって①，②より　$G=2^2\times3=\mathbf{12}$

このとき　$a'+b'=2\cdot5^2=50$，$a'b'=13\cdot37$である．

$a'>b'$より　$a'=37$，$b'=13$である．

したがって，$a=37\times12=\mathbf{444}$，$b=13\times12=\mathbf{156}$

また，$G=ma+nb$　より　$12=444m+156n$　つまり　$37m+13n=1$

これを満たす整数解の１つに$m=6$，$n=-17$がある．よって $37\cdot6+13\cdot(-17)=1$

したがって　$37(m-6)=13(-n-17)$　より　$m=13k+6$，$n=-37k-17$（$k$ は整数）

と表せる．

よって，これを満たす整数 $m$ のうち，正で最小のものは

$k=0$のときの$m=\mathbf{6}$　　このとき$n=\mathbf{-17}$

**3**　$N=abc_{(4)}=pqr_{(6)}$より　$N=\mathbf{16}a+\mathbf{4}b+c=36p+6q+r$

これと　$a+b+c=p+q+r$　より辺々引いて

$15a+3b=35p+5q$　これを変形して　$\mathbf{3}(5a+b)=\mathbf{5}(7p+q)$　……①

3，5 の最大公約数は $\mathbf{1}$ であることより，$5a+b$は 5 の倍数である．

したがって，$b$ は 5 の倍数であることがわかる．

ここで，$\mathbf{0}\leqq b\leqq\mathbf{3}$であることから，$b=\mathbf{0}$である．

このとき①より　$15a=5(7p+q)$　　$3a=7p+q$

これを変形して　$p+q=3(a-2p)$　　左辺が正より　$a-2p$ も正

よって　$a-2p>0$　より　$a>2p$　であることがわかる．

$1\leqq a\leqq3$，$1\leqq p\leqq5$　よりこれを満たす $a$，$p$ は $a=\mathbf{3}$，$p=\mathbf{1}$ のみ

このとき $q=2$，$c=r$ であることがわかる．

$N=16\cdot3+4\cdot0+c=48+c$

$c$ は $\mathbf{0}\leqq c\leqq\mathbf{3}$ を満たすすべての整数をとり得るので，$N=48$，$49$，$50$，$51$

したがって，題意を満たす整数 $N$のうち，最小のものは $N=48$ である．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

# 第６講　平面図形

1 (1) $\mathrm{EC}=\frac{3}{4}\mathrm{BC}=\frac{3}{4}$

$\mathrm{ED}=\sqrt{\mathrm{EC}^2+\mathrm{CD}^2}=\sqrt{\frac{9}{16}+1}=\mathbf{\frac{5}{4}}$

よって $\mathrm{EF}=\mathrm{ED}-\mathrm{FD}=\frac{5}{4}-1=\mathbf{\frac{1}{4}}$

$\triangle\mathrm{GBE}$ と $\triangle\mathrm{GFE}$ は直角三角形で，斜辺 GE を共有し，BE $=$ **FE**であるから

$\triangle\mathrm{GBE}\equiv\triangle\mathrm{GFE}$が成り立つ．よって

$\angle\mathrm{BGE}=\angle\mathbf{FGE}$

$\angle\mathrm{GBI}=45^\circ=\angle\mathbf{EBI}$

(2) $\mathrm{JI}=\mathbf{JB}=r$

JI // BE より　GB : BE $=$ **GJ** : JI

$\frac{1}{2}:\frac{1}{4}=\left(\frac{1}{2}-r\right):r$　よって　$r=\mathbf{\frac{1}{6}}$

2 三平方の定理より　$\mathrm{OO'}=\sqrt{5^2+12^2}=13$

$\triangle\mathrm{OHA}\backsim\triangle\mathrm{OAO'}$ より　OH : OA $=$ OA : OO′

よって　$\mathrm{OH}=\frac{\mathrm{OA}^2}{\mathrm{OO'}}=\frac{12^2}{13}=\mathbf{\frac{144}{13}}$

また，$\angle\mathrm{BOS}=180^\circ-\angle\mathbf{ABO}-\angle\mathrm{O'SA}$

$=180^\circ-\angle\mathrm{OAB}-\angle\mathbf{SAO'}=\angle\mathrm{OAO'}$　より　$\angle\mathrm{BOS}=90^\circ$

よって，BO // AH より

$\frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{SB}}=\frac{\mathrm{HO}}{\mathrm{SO}}=\frac{\frac{144}{13}}{18}=\mathbf{\frac{8}{13}}$　よって

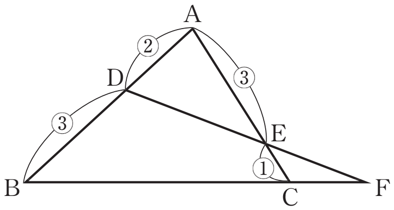
BR // AT より　$\frac{\mathrm{RT}}{\mathrm{RS}}=\frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{SB}}=\frac{8}{13}$　よって　$\mathrm{RT}=\frac{8}{13}\mathrm{RS}$

ここで，$\mathrm{RS}=\mathrm{SO}-\mathrm{OR}=(13+5)-12=6$ より　$\mathrm{RT}=\mathbf{\frac{48}{13}}$

AT // CR より　$\frac{\mathrm{AC}}{\mathrm{CP}}=\frac{\mathrm{TR}}{\mathrm{RP}}=\frac{\frac{48}{13}}{24}=\mathbf{\frac{2}{13}}$

3 (1) $\triangle\mathrm{ADE}=\triangle\mathrm{ABC}\times\frac{\mathrm{AD}}{\mathrm{AB}}\times\frac{\mathrm{AE}}{\mathrm{AC}}$

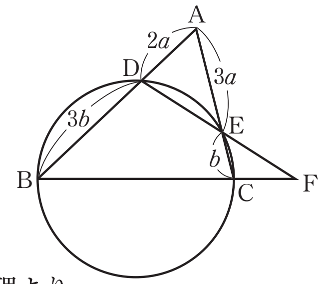
$=\triangle\mathrm{ABC}\times\frac{2}{5}\times\frac{3}{4}=\triangle\mathrm{ABC}\times\frac{3}{10}$




©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

よって △ADE：四角形 BCED＝3：7 より $\dfrac{S}{T}=\mathbf{\dfrac{3}{7}}$




(2) AD：AE＝2：3, BD：CE＝3：1 より

AD＝$2a$, AE＝$3a$　CE＝$b$, BD＝$3b$とおく.

メネラウスの定理より $\dfrac{\mathrm{BF}}{\mathrm{FC}}\cdot\dfrac{\mathrm{CE}}{\mathrm{EA}}\cdot\dfrac{\mathrm{AD}}{\mathrm{DB}}=1$

つまり $\dfrac{\mathrm{BF}}{\mathrm{CF}}\cdot\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{2}{3}=1$　よって $\dfrac{\mathrm{BF}}{\mathrm{CF}}=\mathbf{\dfrac{9}{2}}$

4点B, C, E, Dが同一円周上にあるとき，方べきの定理より

$\mathrm{AD}\cdot\mathrm{AB}=\mathrm{AE}\cdot\mathrm{AC}$　つまり　$2a(2a+3b)=3a(3a+b)$

$2(2a+3b)=3(3a+b)$　よって　$\mathbf{5a=3b}$ つまり $b=\dfrac{5}{3}a$

よって $\dfrac{\mathrm{AB}}{\mathrm{AC}}=\dfrac{2a+3b}{3a+b}=\dfrac{7a}{\frac{14}{3}a}=\mathbf{\dfrac{3}{2}}$　$\dfrac{\mathrm{AD}}{\mathrm{BD}}=\dfrac{2a}{3b}=\dfrac{2a}{5a}=\mathbf{\dfrac{2}{5}}$

メネラウスの定理より

$\dfrac{\mathrm{BA}}{\mathrm{AD}}\cdot\dfrac{\mathrm{DE}}{\mathrm{EF}}\cdot\dfrac{\mathrm{FC}}{\mathrm{CB}}=1$　つまり $\dfrac{7}{2}\cdot\dfrac{\mathrm{DE}}{\mathrm{EF}}\cdot\dfrac{2}{7}=1$　より $\dfrac{\mathrm{DE}}{\mathrm{EF}}=1$

よって $\dfrac{\mathrm{EF}}{\mathrm{DF}}=\mathbf{\dfrac{1}{2}}$



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。